

Глава 2.

Понятийный анализ

Настоящая глава посвящена методологии изучения и описания предметной области – понятийному анализу. Основная цель понятийного анализа состоит в получении таких декомпозиционных схем предметной области, которые хотя и сформулированы в рамках содержательных представлений, однако обладают формальной строгостью и точностью, достаточной для прямого использования полученного высокоуровневого описания для низкоуровневой реализации дискретной обработки данных. Тем самым обеспечивается получение первичных формальных спецификаций предметной области, используемых в рамках контекстной технологии для реализации дискретной обработки данных путем детализации этого описания, возможно иерархического. Описание контекстной технологии приведено в Главе 3.

2.1. Содержательная постановка задачи

Главной содержательной особенностью словесно-логической традиции в описании понятий является его понимание как некоторого мысленного «слепок» множества сущностей, обобщенно репрезентирующим его в сознании человека в виде определенно организованной совокупности существенных признаков. Последнее приводит к тому, что в рамках этой традиции сложную организацию предметного содержания понятия тщетно пытаются описать уже довольно давно. Причины неудач, видимо, кроются в том, что понятие является не просто статической репрезентацией реальности, а сложно устроенным когнитивным феноменом, позволяющим изменять (перестраивать) свои собственные репрезентации в зависимости от познавательных целей субъекта [123].

Однако, как бы то ни было, внешняя репрезентация понятия в словесно-логической форме видится единственной и принципиально необходимой формой представления и обработки знаний. По этой причине описываемый далее проблемный подход и пополняемое множество форм многоаспектного выражения понятий является некоторым неизбежным компромиссом между понятием как когнитивным феноменом и понятием как сложно организованной совокупностью существенных признаков, используемой для внешней репрезентации понятия в словесно-логической форме.

Для формальной спецификации предметной области будем использовать две формальные системы. Первую формальную систему – исчисление понятий, применим для выражения инвариантных свойств предметных областей. К инвариантным свойствам отнесем свойства понятийных структур предметных областей. Вторую формальную систему

– специализированный предметный язык, будем строить для каждой предметной области и использовать для задания специфических ее свойств.

Понятия, выявленные в процессе анализа предметной области, условно разделим на две группы: терминальные, или сигнификативные, выражаемые последовательностью знаков терминального алфавита специализированного предметного языка, и нетерминальные, или денотационные, соответствующие нетерминальным знаками порождающей грамматики этого языка. Разделение понятий на денотационные и сигнификативные осуществим с учетом некоторой фиксированной проблематики, задающей класс задач, для которых определяется специализированный язык.

На основе выявления способов абстрагирования денотационных понятий построим понятийную структуру предметной области, где под абстракцией понимается одно из четырех отображения вида $N^i \rightarrow N$, которые соответствуют четырем фундаментальным способам образования понятий: обобщению, типизации, агрегации и ассоциации. Для каждой такой абстракции дадим формальное и семантически прозрачное определение, не требующее предметной интерпретации, как это имеет место в других концептуальных моделях, где используется множество связей между понятиями, несущими различную семантическую нагрузку.

Выявленные в процессе анализа предметной области денотационные понятия включим в множество понятий специализированного предметного языка, а найденные декомпозиционные схемы преобразуем в его языковые конструкции. Языковые конструкции будем рассматривать как формы выражения денотационных понятий в тексте, и задавать последовательностью денотационных и сигнификативных понятий.

В заключении исследуем разработанный формализм высокоуровневой спецификации предметной области и определим его выразительные возможности.

Основные результаты настоящей главы опубликованы в работах [57, 64].

2.2. Основные определения

Проблемную область определим как совокупность предметной области и решаемых в ней задач (проблем).

Представления, следующие их содержательной постановки решаемых задач и определяющие один из возможных аспектов рассмотрения и декомпозиции предметной области, будем называть **проблематикой**. В отличие от прагматики, определяющей отношение субъекта к тексту [298], проблематику будем рассматривать как целевую установку

(целеполагание) субъекта при декомпозиции предметной области на значимые сущности¹¹.

Под *предметной областью* будем понимать фрагмент реальной (виртуальной) действительности, представляемый некоторой совокупностью принадлежащих ему сущностей.

Сущность определим как устойчивое и уникальное представление о выделенной части предметной области. Сущность воспринимается в виде своих признаков. Известна следующая классификация сущностей [182]: предмет, свойство (атрибут), состояние, процесс, событие, оценка, модификатор, квантификатор, модальность.

При декомпозиции предметной области в качестве одного из основных допущений будем использовать предположение о том, что мир состоит из относительно устойчивых взаимосвязанных сущностей, которые могут быть выделены и представлены (объективированы) в виде знаковой системы.

Признак – именованная сущность, характеризующаяся множеством своих проявлений (значений) и имеющая проблемную интерпретацию (семантическую роль). Признаки по своей сути являются элементарными сущностями, с точностью до которых осуществляется описание предметной области. Выделение признаков в предметной области осуществляется под углом зрения той проблематики, которая зафиксирована проблемной областью. Иными словами, одна и та же сущность, будучи использована для решения различных проблем, может характеризоваться различными признаками.

Понятие – это форма мышления, отражающая совокупность сущностей в их существенных признаках¹². *Понятие* определим как именованное множество сущностей, объ-

¹¹ Например, в [84] проблемная область рассматривается как состоящая из сущностей, классификация которых основывается на сходстве и учитывает характеристики, общие для нескольких сущностей. Выбор характеристик для группировки сущностей в классы произволен и осуществляется прагматически, в зависимости от целей проблемной области.

¹² В рамках логической традиции, занимающейся способами понимания основных структурных единиц словесно-логического мышления, необъясненным остается факт сложной организации предметного содержания понятия, которую тщетно пытаются описать формальными средствами. Последнее является следствием трактовки понятия как мысленного «слепок» предмета, обобщенного репрезентирующего его в сознании человека в виде организованной совокупности существенных признаков. На деле оказывается, что понятие является не просто репрезентацией реальности, а «сложно устроенным культурным средством, позволяющим управлять своими собственными мыслительными операциями» [123]. Таким образом, неизбежный недостаток логического подхода состоит в том, что в нем внутреннее содержание и строение понятия обсуждается на языке свойств сущностей, при полном замалчивании вопроса о том, что именно позволяет субъекту мышления выделять в сущности ее отличительные признаки. Второй недостаток логического подхода состоит в том, что понятие рассматривается в форме законченного знания о предмете при полной невозможности описания понятия как еще не завершеного акта мышления.

единенных на основе общности своих признаков. Понятия будем именовать, и задавать схемой, интенционалом и экстенционалом.

Имя, или знаковое представление понятия, будем рассматривать как языковую единицу, отражающую некоторый смысл в семантическом плане и некоторую конкретную сущность в плане синтаксическом.

Схему понятия зададим набором признаков, на которых понятие определено. Признаки в этом случае будем интерпретировать как некоторые элементарные понятия, на которых определяется схема. Последние, возможно, являются составными и строятся на основе других более простых понятий. Таким образом, понятие, в общем случае, может быть определено как именованное множество других понятий, имеющих подсхему, принадлежащую схеме образуемого понятия.

Интенционал, или содержание понятия, представим набором значений взаимосвязанных признаков, позволяющим отличать сущности, принадлежащие понятию, от других сущностей предметной области. Тем самым интенционал понятия задает тот смысл, который вкладывается в это понятие.

Экстенционал, или объем понятия, будем задавать множеством сущностей, принадлежащих понятию.

Пример 2.1. Пусть предметная область задана в виде сущностей, обозначенных 1, 2, ..., 99, – некоторой последовательности натуральных чисел, заданных в десятичной системе счисления.

Исходя из проблемной ситуации, зададим исходные (терминальные) понятия-признаки, существенные для решения некоторого класса прикладных задач, например, для выбора сущностей предметной области по некоторым критериям.

Пусть признаками будут «делитель», «количество», «сумма», «произведение». Семантические роли введенных признаков определим соответственно как «делители числа», «количество цифр числа», «сумма цифр числа», «произведение цифр числа», а множества значений – $\{1, 2, \dots, 99\}$, $\{1, 2\}$, $\{1, 2, \dots, 18\}$, $\{1, 2, \dots, 81\}$.

Зададим понятие «двузначное кратное 5». Схемой данного понятия будет набор из двух признаков («количество», «делитель»)¹³, интенционал понятия – множество из одного набора значений (2, 5), а экстенционал – множество сущностей $\{10, 15, 20, \dots, 90, 95\}$. ♦

2.2.1. Признаки и сущности

Сущности, составляющие экстенционал понятия, как и сами понятия, различаются с помощью признаков. Так как каждый признак можно рассматривать как некоторое спе-

¹³ Здесь и далее фигурными скобкам будем обозначать множества, а в круглых скобках задавать наборы элементов, которые, в отличие от множеств, могут содержать повторяющиеся элементы.

циализированное (первичное) понятие, то множество допустимых значений понятия-признака образует его экстенционал, или *домен*, а *семантическая роль* понятия-признака представляется его интенционалом.

В итоге, интенционал признака – это те минимальные смысловые единицы, на которых строится описание предметной области, а экстенционал признака задает элементарные синтаксические единицы (термы), которые используются для выражения составных понятий через простые.

Заметим, что деление понятий на простые и составные является относительным и по большей части следует из онтологических представлений познающего субъекта. Часть таких представлений определяется прагматикой и выводится из проблематики решаемых задач.

Пример 2.2. Рассмотрим признак «делитель», введенный в примере 2.1. Для понятия-признака «делитель» схема («делитель») тривиальна, интенционал $\{(1), (2), (3), (4), \dots, (99)\}$ задан набором допустимых значений признака с присвоением ему некоторого первичного смысла – «делитель числа», а экстенционал $\{1, 2, 3, \dots, 99\}$ рассматривается как множество сущностей, характеризуемых признаком. ♦

В предельном случае, когда у понятия единичный объем, имеем некоторую именованную сущность. Следовательно, имена могут использоваться не только для обозначения понятий, но и для обозначения единичных сущностей. Таким образом, под сущностью будем понимать понятие, имеющее единичный объем (терминальное понятие).

Пример 2.3. Рассмотрим предметную область из примера 2.1. Для первой сущности, обозначенной как 1, зададим имя «единица» для определяемого ею понятия. Схема понятия («единица»), как и у признаков, тривиальна и замкнута. Интенционалу $\{(1)\}$ присвоим семантическую роль, выраженную, например, словами «начальная сущность». Очевидно, экстенционал $\{1\}$ понятия-сущности тривиален, так как равен самой сущности (замыкается на определяемую сущность). ♦

На основе вышеизложенного делаем вывод, что понятие обладает свойством фрактальности: для его определения используются сущности, рассматриваемые как единичные понятия, и признаки, являющиеся простыми понятиями, причем разделение понятий на сущности и признаки задается активной проблематикой. В итоге, понятие следует рассматривать как общую категорию, а сущность и признак – как ее необходимые частные случаи.

2.2.2. Теоретико-множественный формализм

Используем введенные ранее определения для теоретико-множественной формализации понятий в рамках аппарата, описанного в [149].

Определение 2.1. *Формальным понятием называется тройка*

$$N = \begin{cases} \text{shm } N = (N_0, N_1, \dots, N_{n-1}); \\ \text{int } N = \{(V_0^j, V_1^j, \dots, V_{n-1}^j) \mid j = \overline{0, m-1}\}; \\ \text{ext } N = \{E_0, E_1, \dots, E_{u-1}\}. \end{cases} \quad (2.2)$$

состоящая из схемы $\text{shm } N$, интенционала $\text{int } N$ и экстенционала $\text{ext } N$, где N – имя понятия, N_i – понятия-признаки, $i = \overline{0, n-1}$, $(V_0^j, V_1^j, \dots, V_{n-1}^j)$ – наборы значений признаков, составляющие интенционал определяемого понятия, $j = \overline{0, m-1}$, E_k – сущности, принадлежащие понятию N , $k = \overline{0, u-1}$.

Если некоторые исходные понятия N_i служат признаками для определения другого понятия N , то упорядоченные наборы $(V_0^j, V_1^j, \dots, V_{n-1}^j)$ следует интерпретировать как состоящие из сущностей исходных понятий, представленных в одной из возможных синтаксических форм своего выражения.

Пример 2.4. Представим понятия «единица», «делитель», «количество», «сумма», «произведение» и «двузначное кратное 5» из примеров 2.1 и 2.3 в теоретико-множественной форме:

$$\begin{aligned} \text{«единица»} &= \begin{cases} \text{shm } I = (I); \\ \text{int } I = \{(1)\}; \\ \text{ext } I = \{1\}, \end{cases} & \text{«количество»} &= \begin{cases} \text{shm } D = (D); \\ \text{int } D = \{(1), (2)\}; \\ \text{ext } D = \{1, 2, \dots, 99\}, \end{cases} \\ \text{«делитель»} &= \begin{cases} \text{shm } R = (R); \\ \text{int } R = \{(1), (2), \dots, (99)\}; \\ \text{ext } R = \{1, 2, 3, \dots, 99\}, \end{cases} & \text{«сумма»} &= \begin{cases} \text{shm } S = (S); \\ \text{int } S = \{(1), (2), \dots, (18)\}; \\ \text{ext } S = \{1, 2, \dots, 99\}, \end{cases} \\ \text{«произведение»} &= \begin{cases} \text{shm } M = (M); \\ \text{int } M = \{(1), (2), \dots, (81)\}; \\ \text{ext } M = \{1, 2, \dots, 81\}, \end{cases} \\ \text{«двузначное кратное 5»} &= \begin{cases} \text{shm } C = (D, R); \\ \text{int } C = \{(2, 5)\}; \\ \text{ext } C = \{10, 15, \dots, 95\}, \end{cases} \end{aligned}$$

где I – обозначение понятия-сущности «единица», D , R , S и M – обозначения понятий-признаков «количество», «делитель», «сумма» и «произведение». ♦

2.2.3. Логическая форма

Помимо теоретико-множественной формы для описания интенционалов понятий может быть использована логическая форма [77]. В логической нотации интенционал из (2.2) выражается формулами исчисления высказываний

$$f(E, V_i, P_j) \rightarrow N(E),$$

в которые входит свободная предметная переменная E , обозначающая сущность, проверяемую на принадлежность понятию, предметные константы V_i интерпретируются как сущности-признаки или их множества, а предикаты P_j выражают наличие у сущности значений соответствующих признаков.

Интенционал простого понятия-признака N представляется логическим выражением

$$N(E, \text{dom}N) \rightarrow N(E),$$

или, если домен N задан в виде нескольких множеств V_i ,

$$\bigvee_{i=0}^{n-1} N(E, V_i) \rightarrow N(E),$$

где N и V_i – имя и множества сущностей понятия-признака, а $N(E, V_i)$ – истинный предикат, если сущность E принадлежит множеству V_i , и ложный – в противном случае.

Составные понятия описываются логическим выражением общего вида:

$$\bigvee_{j=0}^{m-1} \bigwedge_{i=0}^{n-1} N_i(E, V_{ij}) = \bigvee_{j=0}^{m-1} N_j(E) \rightarrow N(E). \quad (2.3)$$

где N_i и V_{ij} – понятия-признаки и заданные для них множества сущностей, а $N_i(E, V_{ij})$ – предикат принадлежности признака N_i понятия-сущности E множеству V_{ij} .

Фактически выражение (2.3) определяет понятие N через m альтернативных понятий N_j , которые заданы на общем множестве из n признаков и выражаются конъюнкциями своих предикатов. Значения признаков V_{ij} ($j = \overline{0, m-1}$) могут принимать произвольные множества своих значений из доменов $\text{dom} N_i$ соответствующих понятий-признаков. Для конструктивного определения выполнимости предикатов необходимо, чтобы множества сущностей-признаков V_{ij} были разрешимы.

Пример 2.5. Представим понятие N «двузначное кратное 5 или 6» в логической форме:

$$D(E, 2) \& R(E, 5) \vee D(E, 2) \& R(E, 6) \rightarrow N(E),$$

где D и R – обозначения предикатов, соответствующих понятиям-признакам «число» и «делитель», E – входение сущности, проверяемой на принадлежность понятию N . ♦

2.2.4. Грамматическая форма

Для определения интенционала понятий воспользуемся формализмом контекстно-свободных грамматик. *Контекстно-свободной грамматикой* называется формальная система $\langle T, W, P, I \rangle$, состоящая из терминального T и нетерминального алфавита W ,

правил вывода P вида $N \rightarrow \alpha$ и аксиомы I – начального нетерминального знака, где N – некоторый знак нетерминального алфавита, а α – конечная последовательность терминальных и нетерминальных знаков [193].

Интенционалы будем задавать множеством правил контекстно-свободной грамматики. Терминальный алфавит предполагается достаточным для определения любой формы выражения понятия в тексте, а нетерминальный алфавит, очевидно, совпадает с множеством понятия предметной области. Правила грамматики запишем в виде $N \rightarrow \alpha$, где N – определяемое понятие. В том случае, когда понятие N подразумевается, левую часть правила будем опускать.

Интенционал понятия N , заданный в грамматической форме, будем использовать как для порождения экстенционала N , так и для распознавания принадлежности ему некоторой сущности. В итоге получаем, что в грамматической форме использованию подлежат как продукционная, так и редукционная интерпретация правил вывода. Продукционная интерпретация используется при конструировании правил выражения понятий в тексте, а редукционная – при идентификации понятия, выраженного некоторым фрагментом текста.

При записи правил вывода терминальные строки будем включать в одинарные кавычки, а терминальные шаблоны, заданные на языке регулярных выражений [349], – в двойные.

Пример 2.6. Представим понятие «двузначное кратное 5» в грамматической форме:

$$\text{«двузначное кратное 5»} = \begin{cases} \text{int } N = \{'5', "[1-9][05]"\}; \\ \text{ext } N = \{5, 10, \dots, 95\}, \end{cases}$$

где интенционал понятия N задан множеством из двух правил $N \rightarrow '5'$ и $N \rightarrow "[1-9][05]"$. Первое правило утверждает, что терминальный знак 5 является выражением понятия «двузначное кратное 5». Второе правило задает терминальный шаблон на языке регулярных выражений. В этом случае определяемое понятие выражается в виде двух знаков, первый из которых от 1 до 9, а второй 0 или 5. ♦

Важной особенностью грамматической формы является возможность использования для определения понятий не только знаков терминального алфавита, но и нетерминальных знаков. В этом случае нетерминальные знаки интерпретируются как некоторые понятия и соответствуют множеству строк в терминальном алфавите, которыми эти понятия могут быть выражены.

Пример 2.7. Представим понятие «отрицательное двузначное» в грамматической форме при условии, что ранее определено понятие N_0 – «десятичная цифра» и понятие N_1 – «десятичная цифра кроме нуля»:

$$\text{«отрицательное двузначное»} = \begin{cases} \text{int } N = \{-'N_1N_0\}; \\ \text{ext } N = \{-10, -11, \dots, -99\}. \end{cases} \blacklozenge$$

Заметим, что в грамматической форме задается только интенционал понятия, который используется для конструктивного описания экстенционала. Очевидно, для полного определения понятия необходимо предусмотреть средства для описания его схемы.

2.2.5. Модель понятия

Современная лингвистика и семиотика рассматривает «знак» как термин, связывающий «понятие» и его «значение», где под *знаком* понимается некий условный объект – чувственно воспринимаемый предмет, действие или явление – представляющий при определенных условиях некоторое смысловое значение, которое выступает в качестве указания, обозначения или представителя другого предмета, действия, явления или абстрактного понятия [169]. Из определения знака вытекает его важнейшее свойство: будучи некоторым материальным объектом, знак служит для обозначения чего-либо другого.

Для раскрытия содержания знака используется модель, выраженная семантическим треугольником, или треугольник Фреге (рис. 2.1), где знак рассматривается как имеющий, по крайней мере, два типа значений. Термины обозначающие нижние вершины треугольника разными исследователями называются по разному [136]: Ч. Пирс [177] различает «объект» и «интерпретанту»; Г. Фреге [215] – «значение» и «смысл»; Ч. Моррис [160] и А. Черч [225] – «денотат» и «десигнат», Р. Карнап [113] – «экстенционал» и «интенционал» и т.д.

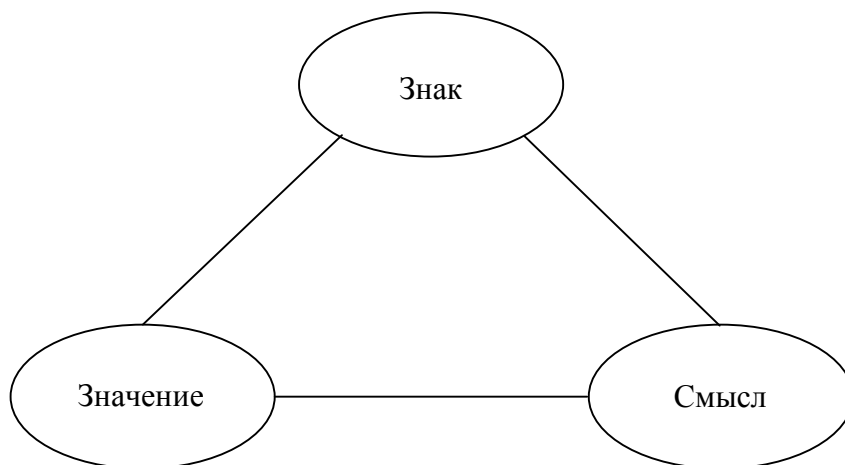


Рис. 2.1. Треугольник Фреге

В логике и семиотике вершина Значение, или обозначаемое, раскрывается как единичная сущность, обозначаемая Знаком-именем (десигнатом), или класс сущностей, обозначаемых общим для них Знаком-понятием (денотатом, метазнаком) [170]. Другой характеристикой Знака является его Смысл, соответствующий некоторому мысленному содержанию, возникающему у интерпретатора при восприятии Знака.

В прикладной семиотике для раскрытия различных способов представления Знака и тех последствий, к которым приводит его восприятие интерпретатором, используются еще две вершины, называемые Синтаксисом и Прагматикой (рис. 2.2) [185].

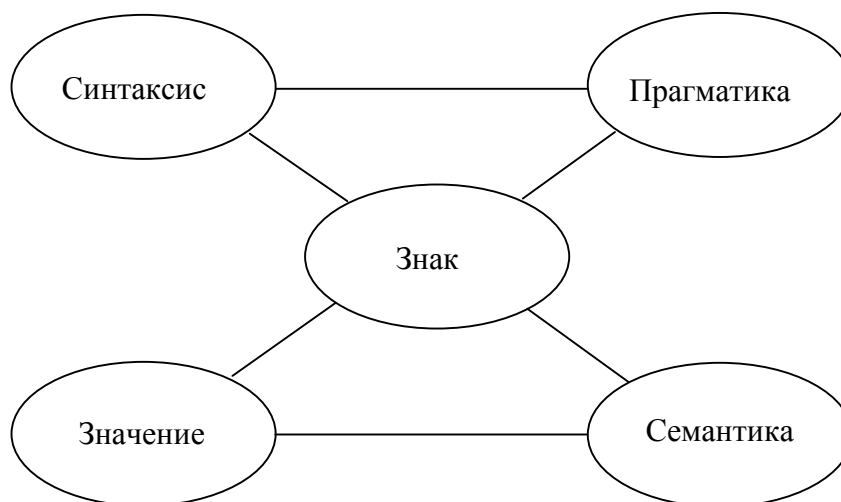


Рис. 2.2. Модель знака в прикладной семиотике

Введение Синтаксиса и Прагматики оказалось взаимно обусловлено, так как позволяет представлять Знак различным образом, в зависимости от выражаемой им Прагматики. В итоге Знак раскрывается через Синтаксис – способ выражения или кодирования Знака, Значение – денотат или десигнат Знака, Семантику – соответствия между формой выражения Знака и его Смыслом, и Прагматику – действия, связанные со Знаком.

Общим недостатком известных моделей организации знания (когнитивных моделей), является то обстоятельство, что при их построении структура репрезентации знания выбирается более или менее произвольно, без должного учета конкретной обстановки. Исходным мотивом для введения пропозиционального описания было желание свести множество поверхностно различных высказываний к более простому набору базовых семантических элементов. Однако, всякое высказывание может быть множеством способов интерпретировано и представлено с помощью других высказываний. Поэтому опыт создания современных когнитивных моделей показывает, что их адекватность ситуации определяется не столько мощностью используемого формального аппарата, сколько учетом особенностей организации повседневных форм деятельности человека [36, т. 2, с. 69].

Исходя из необходимости учета проблемной ориентации любой формы репрезентации знаний разработаем адекватную решаемым задачам модель понятия. Для этого будем предполагать, что образование или выявление (специализация, детализация) уже существующих понятий происходит в процессе изучения предметной области. При этом под углом зрения некоторой проблематики выделяются сущности, которые имеют или которым приписываются некоторые имена, т.е. происходит их *означивание*. Далее множество выявленных сущностей подвергается анализу на предмет установления их сходства и различия. Сходные сущности группируются, в результате чего происходит образование понятий, или наполнение уже имеющихся понятия проблемным содержанием.

Понятие, рассматриваемое как некоторый знак, расположим в верхней вершине некоторого треугольника, а нижние вершины треугольника обозначим соответственно как Имя и Сущность (рис. 2.3). Вершины Имя и Сущность являются крайними полюсами в процессе выявления (узнавания) понятий в предметной области. Сущность в указанном контексте может интерпретироваться как естественный знак, наиболее близкий к обозначаемому. В свою очередь Имя, как противоположный полюс, интерпретируется как знак, который наиболее отдаленный от обозначаемого, но все еще связанный с ним хотя бы тем, что отражает некоторые его черты.

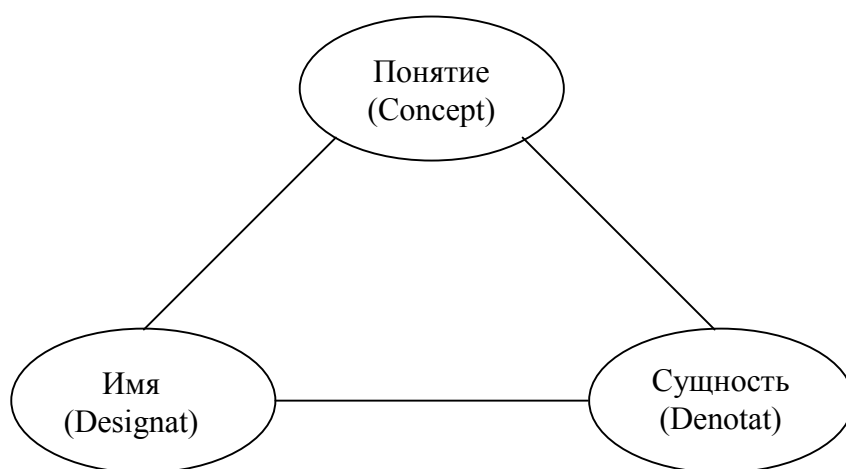


Рис. 2.3. Образование понятий

Таким образом, вершина Сущность определяет денотационную форму выражения понятия (Denotat), в то время как вершина Имя задает сигнификативную форму (Designat). Под *денотационной* формой означивания здесь понимается соотнесение сущности со знаком уже имеющегося понятия, а под *сигнификативной* – с присваиванием сущности некоторого индивидуального имени. С точки зрения синтаксиса между указанными крайними точками могут существовать множество промежуточных форм, сочетающих в себе различные степени денотационного и сигнификативного выражения. Заметим, что в чистом виде сигнификативная форма находит свою реализацию в терминальных понятиях фор-

мальных языков, в то время как денотационная – в нетерминальных. Однако, другие понятия, для выражения которых создан формальный язык, требуют сочетания этих форм.

В итоге получаем треугольник «Имя-Сущность-Понятие», объясняющий образование нового или выражение (детализация, конкретизация) уже существующего понятия в некоторой предметной области.

С другой стороны, ранее образованное понятие используется в проблемной области не в абсолютном, а в некотором относительном смысле, выявляемом при учете активной проблематики. Поэтому имеется часть признаков понятия, которая подвергается изменению. Совокупность таких признаков традиционно называется *прагматикой* [186].

Однако, выявление прагматики происходит под влиянием некоторой точки зрения на предметную область: одна и та же сущность, будучи всеобъемлющей объективной реальностью, представляется различным образом в зависимости от класса решаемых задач, объединенных некоторой проблематикой. Если предположить, что понятие с точки зрения своего содержания есть вместилище всех своих смыслов (сложно устроенный когнитивный феномен, позволяющий в зависимости от решаемой задачи видоизменять репрезентацию понятия), то задание проблематики конкретизирует семантику понятия до его прагматики, рассматриваемой как частный случай интерпретации этого понятия.

Следовательно, Прагматика характеризуется тем, что определяет смысл приписываемый понятию наиболее конкретно. В то время как Семантика выражает предельно общий (абстрактный) смысл, связанный с понятием вообще. Между указанными полюсами имеется множество промежуточных форм выражения содержания понятия, различающихся долей абстрактного и конкретного (общего и частного). В итоге получаем второй треугольник «Прагматика-Семантика-Проблематика», объясняющий интерпретацию уже имеющегося понятия в некоторой проблемной области (рис. 2.4).

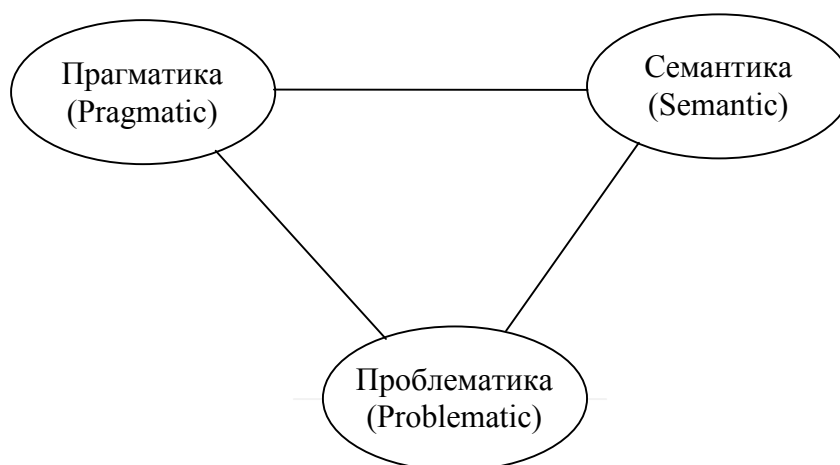


Рис. 2.4. Интерпретация понятия

Соединяя полученные треугольники на одном рисунке, имеем шестиугольник (рис. 2.5), состоящий из верхней триады, объясняющей образование понятия, и нижней триады, определяющей интерпретацию уже образованного понятия.

Так как Проблематика является началом, позволяющим выявить в проблемной области значимые сущности, которые во всей своей совокупности (при различных проблематиках) образуют полный объем понятия, то переупорядочим взаимосвязи модели на рис. 2.5 и установим между вершинами Проблематика, Имя и Сущность связь в виде нижнего треугольника.

С другой стороны, уже существующее понятие раскрывается через свою Семантику и Прагматику, где Семантика есть общее содержание понятия, а прагматика – его возможная конкретизация. Следовательно, между вершинами Понятие, Прагматика и Семантика имеется связь, аналогичная рассмотренной выше, которая представляется вторым треугольником.

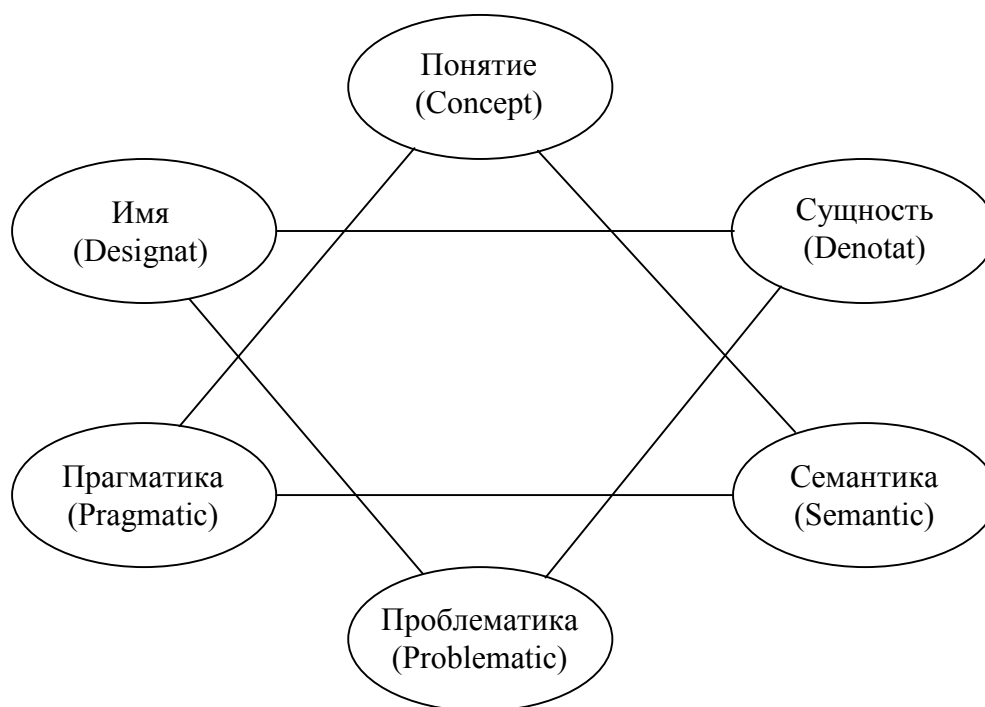


Рис. 2.5. Структура понятия

Таким образом, Имя-Сущность являются крайними полюсами в процессе выявления значимых сущностей в проблемной области, причем форма этого выявления полностью определяется активной Проблематикой. В другой паре Прагматика-Семантика, Прагматика, как полюс, соответствующий Имени, характеризуется тем, что определяет смысл Понятия наиболее конкретно, а Семантика как полюс, соответствующий Сущности, выражает общий (неотчуждаемый) его смысл.

Может оказаться, что описанная и представленная на рис. 2.5 модель понятия в иной проблемной области (при другой постановке задачи) будет непригодной. Однако, поиск новых моделей осуществим в рамках описанной модели – путем фиксации новой проблематики, выделения сущностей предметной области и их означивания, образования новых или проблематизации уже сформированных понятий. Завершается построение новой модели установлением взаимосвязи найденных понятий и определения содержательной интерпретации этих связей.

2.3. Абстрагирование понятий

Понятия образуются при абстрагировании. *Абстракция* (лат. abstractio – отвлечение) определяется как один из основных процессов умственной деятельности человека, позволяющий мысленно вычленив и превратить в самостоятельный объект рассмотрения отдельные свойства, стороны, элементы или состояния предмета [20].

Следует различать уровни абстрагирования: абстрагирование, приводящее к образованию простых понятий, и абстрагирование, результатом которого является образование составных понятий¹⁴.

При образовании простых понятий абстракция рассматривается как некоторое сознательное неведение, позволяющее сосредоточиться на одной стороне сущности и игнорировать другие ее стороны. В этом смысле одним из проявлений абстракции является соотнесение сущности с уже имеющимся понятием, что соответствует денотационной форме ее выражения. Вторым проявлением абстракции есть обозначение понятия некоторым знаком (именем), без раскрытия признаков, на которых понятие определено. Этот вид абстракции используется при сигнификативном выражении понятия.

Более сложные формы абстракции используются при образовании составных, или абстрактных, понятий [149]. В этом случае *абстрагирование* рассматривается как форма мышления, при которой образуются новые понятия на основе выделения существенных и несущественных, общих и различающихся признаков абстрагируемых понятий.

¹⁴ В логике понятие определяется как мысль, отражающая в обобщенной форме предметы и явления действительности, а также существенные связи между ними посредством фиксации общих и специфических признаков [200]. Такие понятия называются первичными, соотносятся с чувственно воспринимаемыми предметами и имеют наглядно-образный характер. С умножением потребностей человека и усложнением видов его деятельности появились более отвлеченные понятия, непосредственно не связанные с чувственным отражением, но, вместе с тем, являющиеся более близкими к реальности в смысле отражения ее сущности. В итоге считается, что понятия образуются не только через сравнение наглядных образов, но и путем применения логических приемов: анализа, синтеза, абстрагирования, индукции, дедукции, аналогии, идеализации и т.д.

Выделение *существенных* и *несущественных* признаков основано на способности различать и сравнивать. Последнее осуществляется с учетом индивидуальности познающего субъекта и под углом зрения той проблемы, которая послужила стимулом для процесса познания. Заметим, что при выявлении существенных признаков у сущностей происходит *взаимная переориентировка* уже сложившейся системы понятий путем их разделения на сущности и признаки, через которые возможно определение уже имеющихся понятий или образование новых. Более того, проблематика позволяет разделить признаки и взаимосвязи сущностей на существенные и несущественные. Очевидно, при изменении проблематики и это разделение будет другим.

После выявления существенных признаков наступает следующий этап, заключающийся в соотнесении сущностей между собой путем выявления их *общих* и *различающихся* признаков и установлению между сущностями отношений независимости, дифференциации и интеграции. Используя графическую форму, предложенную в [324], взаимосвязь понятий представим диаграммами (рис. 2.6).

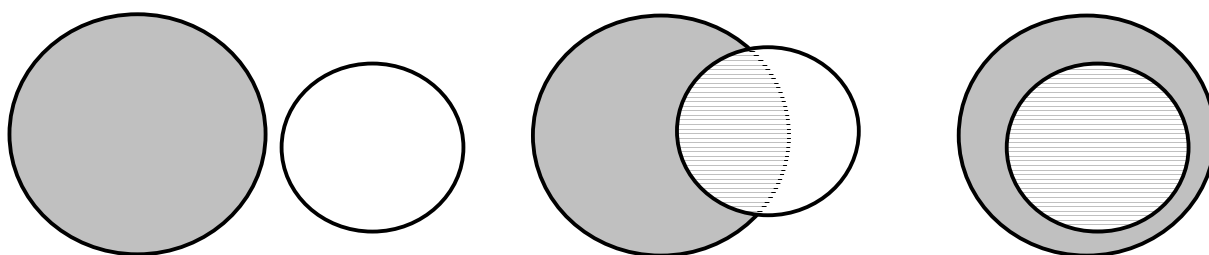


Рис. 2.6. Пространство признаков

Понятий *независимы*, если признаки, на которых они определены, не пересекаются (а). Если у двух понятий имеется общее подмножество признаков, то наблюдается *дифференциация* (б). Если все признаки одного понятий являются признаками другой, то происходит их *интеграция* (в).

Известны следующие способы абстрагирования понятий [77]:

- обобщение-специализация;
- типизация-конкретизация;
- агрегация-декомпозиция;
- ассоциация-индивидуализация.

Обобщение и типизация и обратные им абстракции специализация и конкретизация выражают общность понятий, проявляющуюся при дифференциации. Ассоциация и агрегация и противоположные им индивидуализация и декомпозиция раскрывают интеграцию понятий.

Считается, что фундаментальными абстракциями являются обобщение и агрегация, для которых найден соответствующий теоретико-множественный формализм [149]. Однако в психологии к фундаментальным абстракциям относят обобщение и ассоциацию. Так в [20] ассоциация (от лат. *associatio* – соединение) определена как возникающая в опыте индивида закономерная связь между двумя содержаниями сознания (ощущениями, представлениями, мыслями, чувствами и т. п.), которая выражается в том, что появление в сознании одного из содержаний влечет за собой и появление другого. Ассоциации различают по типу своего образования, а именно: образованные по сходству, по контрасту, по смежности в пространстве или во времени, причинно-следственные и др. В свою очередь, обобщение (от англ. *generalization*) определено как одна из основных характеристик познавательного процесса, состоящая в выделении и фиксации в сознании относительно устойчивых, инвариантных свойств предметов и их отношений.

В связи наличием двух фундаментальных абстракций в логике различают и два способа образования понятий: генерализирующее и индивидуализирующее [169, ст. Образование понятий]. *Генерализирующее* образование, свойственное естествознанию, возникает из интереса фиксировать повторяющиеся явления и процессы. В данном случае сущности предметной области превращаются в экземпляры соответствующего понятия, причем в такие, которые взаимозаменяемы без ущерба в отношении содержания этого понятия, несмотря на то, что различные сущности сами по себе никогда не могут быть равными.

Индивидуализирующее образование понятий, свойственное историческому познанию, возникает, когда интерес к окружающему миру проявляет себя при ином понимании действительности. В этом случае в любой сущности выделяется нечто особенное, ее отличительный признак. Именно поэтому, укрупняя единичные понятия, например события, мы получаем все те же единичные понятия различного уровня укрупнения. Если в генерализируемых понятиях объем и содержание обратно пропорциональны друг другу, то в индивидуализируемых понятиях они являются прямо пропорциональными. Последнее обусловлено тем, исторический подход дает не просто изображения индивидуального содержания своих сущностей, а конструирует систему скоординированных понятий с индивидуальным содержанием, где на любом уровне укрупнения будет иметь место все та же единичность, но уже с большим единством. В сравнении с содержанием своих частей понятие целого оказывается богаче содержанием¹⁵.

¹⁵ В формальной логике отсутствие явных средств для выражения индивидуализирующего образования понятий приводит, в частности, к проблемам отражения времени и пространства [120].

Таким образом, материал, данный в представлениях, может преобразовываться посредством двух различных способов его абстрагирования и логико-теоретической переработки. Это приводит к появлению двух разновидностей логической формы знания и детерминирует две альтернативные логики: общую, или генерализирующую, и трансцендентальную, или индивидуализирующую¹⁶. Вместе с тем генерализирующая и индивидуализирующая логики носят сугубо описательный характер и отличаются не логическими законами (они признаются общими), а принципами соотнесения понятий.

Предпримем попытку объединить два перечисленных подхода к образованию и выражению понятий. Для этого генерализирующее образование будем рассматривать как основанное на абстракции обобщения, а индивидуализирующее – на абстракции ассоциации. В отличие от других известных формализмов, абстракции ассоциации и обобщения будем выражать совместно и независимо друг от друга¹⁷.

2.3.1. Абстракция обобщения

При обобщении происходит образование понятия на основе одного или нескольких подобных понятий, когда новое понятие сохраняет общие признаки исходных понятий, но игнорирует их более тонкие различия.

Обобщение – порождение понятия-обобщения на основе пересечения схем обобщаемых понятий и расширенного объединения их экстенционалов. При **специализации**, наоборот, – для заданного понятия-обобщения выделяются похожие на него понятия.

Определение 2.2. Понятия N_j , $j = \overline{0, m-1}$, использованные для образования нового понятия N_G путем их обобщения, будем называть обобщаемыми понятиями. Для ин-

¹⁶ Различение общей и трансцендентальной логики восходит к И. Канту [110, с. 120]. Оно состоит в том, что общая логика отвлекается от всякого содержания познания и изучает одну лишь форму познания в понятиях, суждениях и умозаклучениях, т.е. исследует формальные правила рассуждений, а трансцендентальная логика имеет дело с определенным содержанием познания, т.е. исследует онтологическую структуру универсума. При этом общая логика, как и математика, тяготеет к работе с однородным универсумом, отвлекаясь от его качественной неоднородности и сложности. Например, силлогистика работает в рамках в родо-видового мира универсалий, а современная логика предикатов – в номиналистическом универсуме индивидов и отношений. Поэтому кантовская идея об учете семантики универсума при разработке синтаксических формализмов (в частности, учет его качественной разнородности) является до сих пор актуальной [115].

¹⁷ В таких теориях и формализмах как концептуальный анализ (Никаноров, 1972), семантическая сеть (Коллинз и Квилян, 1969; Цейтин, 1985), исчисление предикатов (Кольмероз, 1975), теория концептуальной зависимости (Шенк и Ригер, 1974), концептуальное моделирование (Плесневич, 2004), формальный анализ понятий (Вилли и Гантер, 1999), концептуальные графы (Сова, 1984), EER-модель (Чен, 1976; Броди и Мулополос, 1984) абстракция ассоциации выражается связями между обобщенными понятиями и не используется для образования отдельных (независимых) понятий-ассоциаций. Подробный анализ перечисленных теорий и формализмов приведен в 2.6.

тенционала, экстенционала и схемы понятия-обобщения N_G справедливы следующие выражения:

$$\begin{cases} \text{shm } N_G = \bigcap_{j=0}^{m-1} \text{shm } N_j; \\ \text{int } N_G \supseteq \bigcup_{j=0}^{m-1} \text{int } N_j; \\ \text{ext } N_G \supseteq \bigcup_{j=0}^{m-1} \text{ext } N_j. \end{cases} \quad (2.4)$$

Выражения (2.4) непосредственно следуют из определения обобщения, так как пересечение схем обобщаемых понятий N_j обеспечивает выделение их общих признаков, объединение интенционалов позволяет рассматривать сущности обобщаемых понятий как принадлежащие и понятию-обобщению. В свою очередь, выражение для экстенционала N_G следует из того, что любая сущность $E \in \text{ext } N_G$ является хотя бы одной из сущностей $E \in \text{ext } N_j$.

Пример 2.8. Пусть имеются два понятия: N_1 «двузначное кратное 5» и N_2 «двузначное с суммой 5»:

$$\begin{aligned} \text{«двузначное кратное 5»} &= \begin{cases} \text{shm } N_1 = (D, R); \\ \text{int } N_1 = \{(2, 5)\}; \\ \text{ext } N_1 = \{10, 15, \dots, 95\}, \end{cases} \\ \text{«двузначное с суммой 5»} &= \begin{cases} \text{shm } N_2 = (D, S); \\ \text{int } N_2 = \{(2, 5)\}; \\ \text{ext } N_2 = \{14, 23, 32, 50\}, \end{cases} \end{aligned}$$

Определим понятие N_G «двузначное» как обобщение понятий N_1 и N_2 :

$$\text{«двузначное»} = \begin{cases} \text{shm } N_G = (D); \\ \text{int } N_G = \{(2)\}; \\ \text{ext } N_G = \{10, 11, \dots, 99\}, \end{cases}$$

Заметим, что при обобщении произошло расширение понятия, и его экстенционал пополнился новыми сущностями, которые ранее не принадлежали экстенционалам обобщаемых понятий. ♦

При обобщении подобные видовые понятия соотносятся с родовым, а при специализации, наоборот, – родовые понятия делятся на видовые. При специализации схема понятия расширяется, и в нее включаются новые признаки, которые ранее были несущественными, или схема остается прежней, но происходит некоторое ограничение интенционала исходного понятия.

Пример 2.9. Рассмотрим специализацию понятия «двузначное кратное 5» из примера 2.8. Получим понятие N_1 путем ограничения интенционала:

$$\langle \text{двузначное кратное } 10 \rangle = \begin{cases} \text{shm } N_1 = (D, R); \\ \text{int } N_1 = \{(2, 10)\}; \\ \text{ext } N_1 = \{10, 20, \dots, 90\}, \end{cases}$$

а понятие N_2 зададим путем добавления нового признака «сумма»:

$$\langle \text{двузначное кратное } 5 \text{ с суммой } 5 \text{ или } 6 \rangle = \begin{cases} \text{shm } N_2 = (D, R, S); \\ \text{int } N_2 = \{(2, 5, \{5, 6\})\}; \blacklozenge \\ \text{ext } N_2 = \{15, 50, 60\}. \end{cases}$$

2.3.2. Абстракция типизации

Типизация может быть определена как один из видов абстракции, когда множество полезных для достижения некоторой цели и сходных по функциям понятий объединяются и обозначаются одним для всего множества понятием. Типизация лежит в основе образования простых понятий, когда множество сущностей объединяется и обозначается как новое понятие.

При типизации происходит группировка понятий на основе соответствия их интенционалов некоторому эталону. Понятие-тип определяет то общее, что присуще некоторой совокупности понятий. Причем это общее выражает однородность, однотипность понятий. Обратным по отношению к типизации является конкретизация, при которой происходит выделение из понятия-типа типизированных в нем понятий.

Типизация является частным случаем обобщения. В отличие от обобщения, при типизации имеется возможность определить для сущности из экстенционала понятия-типа исходное ее понятие. Для этого задается множество признаков, называемое ключом.

Типизация – порождение понятия-типа на основе пересечения схем типизируемых понятий и строгого объединения их экстенционалов. При **конкретизации** из понятия-типа извлекаются типизированные в нем понятия. Для идентификации исходного понятия у сущностей понятия-типа используется подмножество признаков, называемое **ключом**.

Определение 2.3. Понятия N_j ($j = \overline{0, m-1}$), использованные для образования нового понятия N_T путем их типизации, будем называть типизируемыми. Для интенционала, экстенционала и схемы понятия-типа N_T справедливы следующие выражения:

$$\begin{cases} \text{shm } N_T = \bigcap_{j=0}^{m-1} \text{shm } N_j, & \text{key } N_T \subseteq \text{shm } N_T; \\ \text{int } N_T = \bigcup_{j=0}^{m-1} \text{int } N_j; \\ \text{ext } N_T = \bigcup_{j=0}^{m-1} \text{ext } N_j. \end{cases} \quad (2.5)$$

Пример 2.10. Пусть заданы понятие N_1 «двузначное кратное 5 и суммой 8» и понятие N_2 «кратное 9 суммой 9 и произведением 14»:

$$\begin{aligned} \text{«двузначное кратное 5 и суммой 8»} &= \begin{cases} \text{shm } N_1 = (D, R, S); \\ \text{int } N_1 = \{(2, 5, 8)\}; \\ \text{ext } N_1 = \{35, 80\}, \end{cases} \\ \text{«кратное 9 суммой 9 и произведением 14»} &= \begin{cases} \text{shm } N_2 = (R, S, M); \\ \text{int } N_2 = \{(9, 9, 14)\}; \\ \text{ext } N_2 = \{27, 72\}. \end{cases} \end{aligned}$$

Найдем понятие N_T как результат типизации понятий N_1 и N_2 :

$$\text{«кратное 5 суммой 8 или кратное 9 суммой 9»} = \begin{cases} \text{shm } N_T = (R, S), \quad \text{key } N_T = (S); \\ \text{int } N_T = \{(5, 8), (9, 9)\}; \\ \text{ext } N_T = \{27, 35, 72, 80\}. \end{cases}$$

Для однозначного соотнесения произвольной сущности из $\text{ext } N_T$ к одному из типизированных понятий в качестве ключа необходимо выбрать набор признаков: $\text{key } N_T = (S)$. Если $S(8, E)$ истина, то сущность E принадлежит N_1 , а если $S(9, E)$ истина, то N_2 . ♦

В общем случае возможна ситуация, когда одно и то же понятие из экстенционала понятия-типа одновременно принадлежит разным типизированным понятиям, т.е. ключ не является уникальным, а его значение идентифицирует не одно, а несколько понятий. Если потребовать уникальность ключа, при которой любое его значение задает единственное понятие, то пересечение экстенсионалов типизируемых понятий должно быть пустым,

$$\bigcap_{j=0}^{m-1} \text{ext } N_j = \emptyset.$$

Заметим, что абстракция типизации лежит в основе образования объемных понятий, когда в результате сопоставления сущностей предметной области происходит их группировка на основе эквивалентности схем. На этом основании абстракцию типизации можно рассматривать как *элементарную* абстракцию, так как она используется для образования объемных понятий независимо оттого, что будет получено в результате такого образования: понятие-обобщение или понятие-ассоциация.

2.3.3. Абстракция ассоциации

При ассоциации устанавливается взаимосвязь между сущностями, принадлежащими одному и тому же или разным понятиям. Ассоциация выражает специфическое соединение сущностей ассоциируемых понятий в единое целое. Это соединение сохраняет индивидуальные свойства сущностей абстрагируемых понятий, благодаря чему имеется воз-

возможность от сущности одного понятия перейти к одной или нескольким сущностям других понятий.

Ассоциация – порождение понятия-ассоциации на основе объединения схем ассоциируемых понятий и ограничения декартова произведения их экстенционалов. При **индивидуализации** понятие-ассоциация разъединяется на ассоциируемые понятия. Для установления взаимосвязи сущностей, принадлежащих ассоциируемым понятиям, используется набор признаков, называемый **связью**.

Определение 2.4. Понятия N_j ($j = \overline{0, m-1}$), использованные для образования нового понятия N_A путем их ассоциации, будем называть ассоциируемыми. Для интенционала, экстенционала и схемы понятия-ассоциации N_A справедливы следующие выражения:

$$\begin{cases} \text{shm } N_A = \bigcup_{j=0}^{m-1} \text{shm } N_j, & \text{lnk } N_A \subseteq \text{shm } N_A; \\ \text{int } N_A \subseteq \times_{j=0}^{m-1} \text{int } N_j; \\ \text{ext } N_A \subseteq \times_{j=0}^{m-1} \text{ext } N_j, \end{cases} \quad (2.6)$$

где объединение признаков осуществляется с повторением элементов и сохранением их порядка, $\text{lnk } N_A$ – подсхема понятия-ассоциации, задающая ассоциативную связь.

Пример 2.11. Рассмотрим понятие N_1 «однозначное кратное 3 или 5» и понятие N_2 «двузначное с суммой 3 или 5»:

$$\begin{aligned} \text{«однозначное кратное 3 или 5»} &= \begin{cases} \text{shm } N_1 = (D, R); \\ \text{int } N_1 = \{(1, 3), (1, 5)\}; \\ \text{ext } N_1 = \{3, 5, 6, 9\}, \end{cases} \\ \text{«двузначное с суммой 3 или 5»} &= \begin{cases} \text{shm } N_2 = (D, S); \\ \text{int } N_2 = \{(2, 3), (2, 5)\}; \\ \text{ext } N_2 = \{12, 14, 21, 23, 30, 32, 50\}, \end{cases} \end{aligned}$$

Определим понятие N_A как ассоциацию N_1 и N_2 следующим образом:

$$\text{«ассоциация } N_1 \text{ и } N_2 \text{»} = \begin{cases} \text{shm } N_A = (D, R : D, S); \\ \text{int } N_A = \{(1, 3 : 2, 3), (1, 5 : 2, 5)\}; \\ \text{ext } N_A = \{3 : 12, 3 : 21, \dots, 5 : 50\}, \end{cases}$$

где установлены связи между сущностями N_1 кратностью 3 и 5 и сущностями N_2 с суммой 3 и 5 соответственно. Признаки, позволяющие переходить от одной сущности ассоциированного понятия к сущности другого, образуют подсхему $\text{lnk } N_A = (R : S)$ (рис. 2.7).

◆

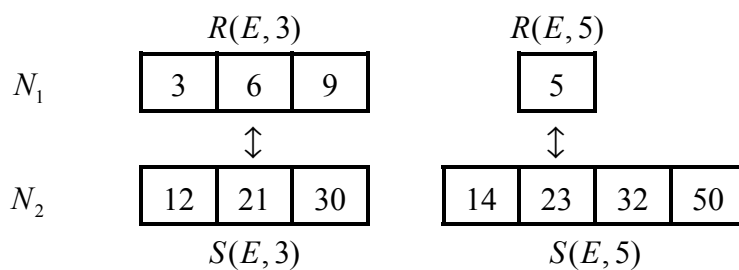


Рис. 2.7.Связь сущностей понятий N_1 и N_2

При ассоциации могут образовываться различные типы связей между сущностями, а именно: $1:1$ (одна к одной), $1:\infty$ (одна ко многим) и $\infty:\infty$ (многие ко многим). Заметим, что в примере 2.11 показана связь типа $\infty:\infty$.

Используемый формализм позволяет рассматривать ассоциацию, определяемую на трех и более понятиях. В этом случае получаем ассоциативный ряд, а связь обеспечивает навигацию между сущностями ассоциируемых понятий.

Пример 2.12. Рассмотрим ассоциативный ряд «градации серого». Построим на его основе понятие-ассоциацию «градации серого», которая состоит из понятий-сущностей «черный», «серый» и «белый». Тогда, имея сущность «белый», из схемы понятия-ассоциации находим связанные этой ассоциацией другие две сущности: «серый» и «черный». Очевидно, что в рассматриваемом случае связью является вся схема понятия-ассоциации. ♦

В рассмотренном выше примере индивидуализирующее образование понятий использовано в частном виде, так как полученное в результате понятие имеет единичный объем. В общем случае возможно индивидуализирующее образование и объемных понятий, при котором происходит объединение схожих сущностей на основе абстракции типизации.

Пример 2.13. Рассмотрим тот же ассоциативный ряд «градации серого», но состоящий уже из объемных понятий «черный», «серый» и «белый». В этом случае экстенционалы ассоциируемых понятий содержат сущности, соответствующие различным формам выражения в тексте черного, серого и белого цветов, а сама форма выражения задается общим признаком у этих понятий, входящим в ассоциативную связь.

Тогда, имея некоторую сущность понятия «серый» и зная форму ее выражения (например, на одном из естественных языков; интенсивностью красного, зеленого и синего цветов; яркостью и т.п.), в экстенционалах понятий «белый» и «черный» можно найти ассоциированные с исходной сущности этих понятий и восстановить тройку «черный-серый-белый». ♦

2.3.4. Абстракция агрегации

Агрегация используется в тех случаях, когда вновь порождаемое составное понятие включает исходные понятия в качестве своих составных частей. Абстракция агрегации позволяет выразить внутренние связи, существующие между отдельными сущностями предметной области. При этом структура составного понятия раскрывается путем его разделения на совокупность составляющих его понятий. Процесс, противоположный агрегации, называется декомпозицией.

Агрегация является предельным случаем ассоциации. В отличие от ассоциации, где между сущностями устанавливаются только часть связей, при агрегации устанавливаются все возможные связи, т.е. в агрегацию могут входить произвольные комбинации сущностей агрегируемых понятий, а при ассоциации – только взаимосвязанные. Отсюда следует, что на одном и том же множестве понятий можно задать несколько ассоциаций, в то время как агрегация осуществляется с точностью до агрегируемых понятий.

Агрегация – порождение понятия-агрегата на основе объединения схем агрегируемых понятий и декартова произведения их экстенсионалов. При **декомпозиции** понятие-агрегат разделяется на составляющие его агрегированные понятия.

Определение 2.5. Понятия N_j ($j = \overline{0, m-1}$), использованные для образования нового понятия N_C путем их агрегации, будем называть агрегируемыми. Для интенционала, экстенционала и схемы понятия-агрегата N_C справедливы следующие выражения:

$$\begin{cases} \text{shm } N_C = \bigcup_{j=0}^{m-1} \text{shm } N_j; \\ \text{int } N_C = \times_{j=0}^{m-1} \text{int } N_j; \\ \text{ext } N_C = \times_{j=0}^{m-1} \text{ext } N_j, \end{cases} \quad (2.7)$$

где объединение признаков осуществляется с повторением элементов и сохранением их порядка, а знаком \times обозначено декартово произведение.

При агрегации вновь образованное понятие приобретает одновременно все признаки агрегируемых понятий, следовательно, у понятия-агрегата все интенционалы $\text{int } N_j$ выполнимы, а экстенционал $\text{ext } N_C$ равен декартову произведению экстенсионалов $\text{ext } N_j$. Так как все признаки агрегируемых понятий передаются понятию-агрегату, то схемы понятий объединяются, причем объединение производится с повторением одноименных признаков.

Пример 2.14. Рассмотрим понятие N_1 «однозначное кратное 3» и понятие N_2 «двузначное с суммой 5»:

$$\begin{aligned} \text{«однозначное кратное 3»} &= \begin{cases} \text{shm } N_1 = (D, R); \\ \text{int } N_1 = \{(1, 3)\}; \\ \text{ext } N_1 = \{3, 6, 9\}, \end{cases} \\ \text{«двузначное с суммой 5»} &= \begin{cases} \text{shm } N_2 = (D, S); \\ \text{int } N_2 = \{(2, 5)\}; \\ \text{ext } N_2 = \{14, 23, 32, 50\}, \end{cases} \end{aligned}$$

Определим понятие N_C как агрегацию N_1 и N_2 :

$$\text{«агрегация } N_1 \text{ и } N_2 \text{»} = \begin{cases} \text{shm } N_C = (D, R : D, S); \\ \text{int } N_C = \{(1, 3 : 2, 5)\}; \\ \text{ext } N_C = \{3 : 14, 3 : 23, \dots, 9 : 50\}, \end{cases}$$

где N_C интерпретируется как «упорядоченная пара, состоящая из однозначного кратного 3 и двузначного с суммой 5» и выражается набором из двух сущностей. Для разделения признаков и сущностей, принадлежащим различным агрегируемым понятиям, использовано двоеточие. ♦

Заметим, что абстракция агрегации, как и абстракция типизации, является *элементарной*. В отличие от абстракции типизации, служащей для образования объемных понятий, абстракция агрегации лежит в основе образования составных понятий, независимо оттого, получается ли в результате такого образования понятие-обобщение или понятие-ассоциация. Это проявляется при формировании схем составных понятий как объединения схем понятий-признаков, на которых эти понятия определяются.

2.4. Понятийная структура

В отличие от семантических сетей и концептуальных схем, где на понятиях задаются различные виды отношений, понятийную структуру определим множеством понятий с четырьмя типами отображений, единственное назначение которых – показать способы образования понятий.

Определение 2.6. *Понятийной структурой*¹⁸ $S = \langle N, G, T, A, C \rangle$ будем называть конечное множество понятий $N = \{N_0, N_1, \dots, N_{n-1}\}$, на которых заданы четыре конечные множества отображений абстрагирования: обобщения $G = \{g_0, g_1, \dots, g_{n-1}\}$, типизации

¹⁸ Понятийная структура наиболее близка расширенной модели данных «сущность-связь» (EER-модель) [249], однако в EER-модели элементами являются не понятия, а типы данных, причем для детализации модели используется трудно формализуемая семантическая разметка в виде дополнительных нотаций и ограничений.

зации $T = \{t_0, t_1, \dots, t_{n_t-1}\}$, ассоциации $A = \{a_0, a_1, \dots, a_{n_a-1}\}$ и агрегации $C = \{c_0, c_1, \dots, c_{n_c-1}\}$, где

$$\begin{aligned} g(N_{g_0}, N_{g_1}, \dots, N_{g_{i-1}}) &\rightarrow N_g, \\ t(N_{t_0}, N_{t_1}, \dots, N_{t_{j-1}}) &\rightarrow N_t, \\ a(N_{a_0}, N_{a_1}, \dots, N_{a_{k-1}}) &\rightarrow N_a, \\ c(N_{c_0}, N_{c_1}, \dots, N_{c_{l-1}}) &\rightarrow N_c, \end{aligned}$$

для всех $g \in G$, $t \in T$, $a \in A$ и $c \in C$.

Если по условиям решаемой задачи не требуется уточнение способа абстрагирования понятий, то понятийную структуру будем рассматривать как множество понятий, на котором установлены два типа отображений: отображения дифференциации и отображения интеграции:

$$S = \langle N, D, I \rangle,$$

где $D = \{d_0, d_1, \dots, d_{n_d-1}\}$ и $I = \{i_0, i_1, \dots, i_{n_i-1}\}$ множества отображений дифференциации и интеграции, заданные на понятиях N .

Пример 2.15. На рис. 2.8 приведен фрагмент понятийной структуры, где показано, что для понятия N_3 определены два отображения обобщения: $g_0(N_1, N_4)$ и $g_1(N_4)$, а для понятия N_1 – отображения агрегации $c_0(N_2)$ и $c_1(N_4)$. Отображения интеграции понятий помечены квадратом, а дифференциации – кругом, причем строгие или элементарные отображения (типизацию и агрегацию) будем изображать сплошной линией, а нестрогие (обобщение и ассоциацию) – пунктирной. ♦

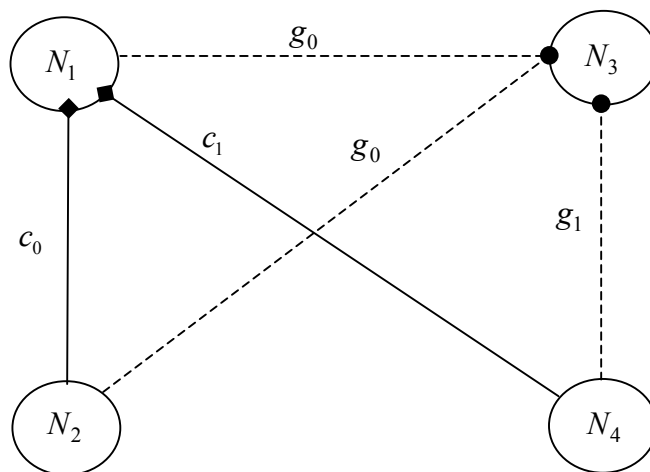


Рис. 2.8. Фрагмент понятийной структуры

Пример 2.16. На рис. 2.9 приведена одна из возможных понятийных структур предметной области «Числа», полученная для проблематики, связанной с реализацией чисел на вычислительных средствах дискретного действия.

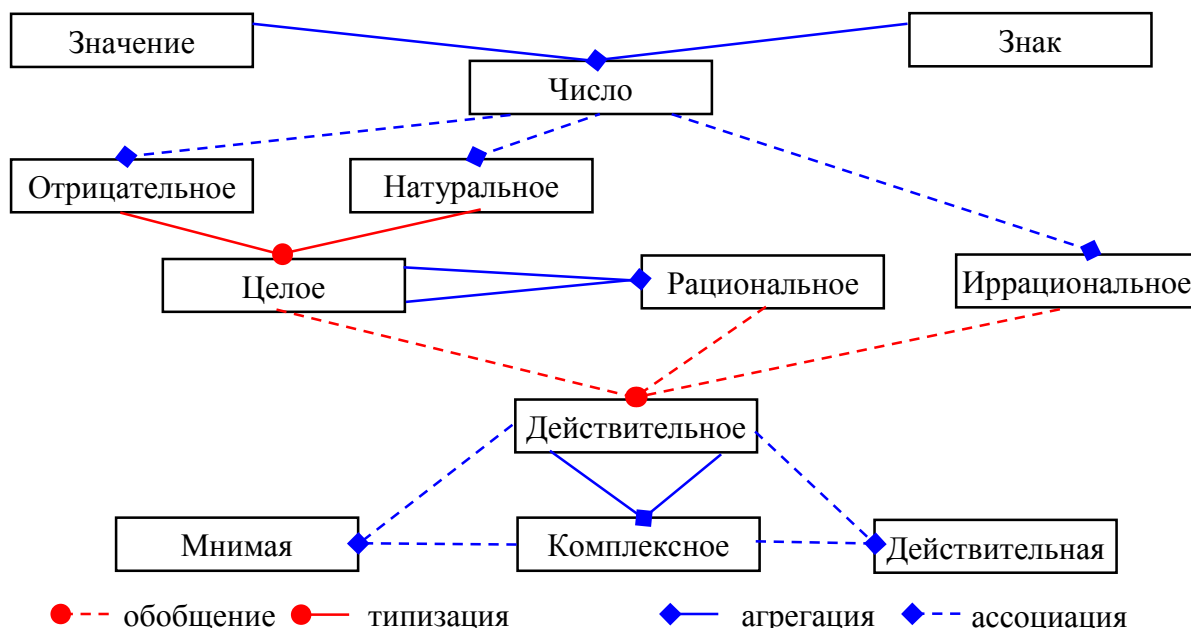


Рис. 2.9. Понятийная структура

Сущности предметной области «Числа» разделим на две группы: базовые сущности, имеющие преимущественно денотационную форму выражения, и вспомогательные, для которой достаточно сигнификативной формы. С учетом рассматриваемой проблематики к базовым (денотационным) сущностям отнесем сами числа, а к вспомогательным (сигнификативным) – операции над ними. Такое разделение диктуется архитектурой наиболее распространенных вычислительных средств, реализующих концепцию командного управления.¹⁹

Из понятийной структуры видно, что простыми (первичными) являются только понятия «Знак» и «Значение». Остальные понятия составные и образованы на основе абстрагирования. Понятие «Число» полностью характеризуется первичными понятиями и является их агрегацией. С «Натуральным», «Отрицательным» и «Иррациональным» ассоциируется понятие «Число», которое в каждом случае ограничивается особым образом. «Целое» является типизацией «Натурального» и «Отрицательного» с ключом, равным «Знаку». «Рациональное» агрегирует два «Целых», а «Действительное» определено как обобщение «Целого», «Рационального» и «Иррационального». В свою очередь «Комплексное»

¹⁹ Возможно построение понятийной структуры предметной области «Числа» для другого типа архитектуры, реализующий концепцию управления по данным [93]. Очевидно, что в этом случае разделение сущностей на сигнификативные и денотационные будет другим, например, операции над данными объявляются денотационными сущностями, а типы данных – сигнификативными.

– агрегация двух «Действительных», а «Действительная» и «Мнимая» части заданы как ассоциации «Комплексного» и «Действительного» со связью, задаваемой первым или вторым «Действительным» понятия «Комплексное». ♦

2.4.1. Алгебра понятийных структур

Совокупность понятий и четырех множеств отображений одних понятий в другие ранее было определено как понятийная структура (определение 2.6 на с. 83). Учитывая то, что типизация является частным случаем обобщения, которое, в свою очередь выражает дифференциацию понятий, а агрегация является частным случаем ассоциации, выражающей интеграцию понятий, абстрагируемся от частных способов образования понятия и будем далее использовать только термины дифференциация и интеграция.

В алгебре понятийных структур различают понятия и операции над понятиями. При этом под понятием понимается знак (слово), о котором можно вполне определенно сказать, что он (оно) обозначает некоторое множество других понятий. В алгебре понятий отвлекаются от конкретного содержания понятий и интересуются лишь вопросом, из каких других понятий образовано каждое понятие.

Для обозначения понятий мы будем использовать знаки N_i , где i – натуральное число, включая ноль. Для того, чтобы показать, что понятие N_i образовано из n понятий N_1, N_2, \dots, N_n путем их дифференциации будем использовать запись вида $\delta_n(N_1, N_2, \dots, N_n) \rightarrow N_i$, а путем их интеграции – запись вида $\lambda_n(N_1, N_2, \dots, N_n) \rightarrow N_i$.²⁰

Определение 2.7. Пусть n – любое натуральное число. Тогда n -местным дифференциалом (интегралом) понятий, определенным на множестве N , называется всякое однозначное отображение n -ой декартовой степени множества N в само множество N ,

$$\delta_n : N^n \rightarrow N \quad (\lambda_n : N^n \rightarrow N).$$

Если имеются некоторые понятия, то из них при помощи операций интеграции и дифференциации можно образовать (выразить) другие понятия. Например, если понятия N_1 и N_2 служат для выражения понятия N_3 путем дифференциации, запишем $\delta_2(N_1, N_2) \rightarrow N_3$, а если понятие N_4 образовано при интергации понятия N_1, N_2 и N_3 , то $\lambda_3(N_1, N_2, N_3) \rightarrow N_4$.

²⁰ Знак δ выбран для обозначения дифференциации понятий по его внешнему сходству со знаком дифференциала, а знак λ – по его сходству со знаком интеграла.

Определение 2.8. Алгеброй понятийных структур называется тройка $\langle N, \Delta, \Lambda \rangle$, где N – множество понятий $N = \{N_0, N_1, \dots\}$, а Δ (Λ) – множество операций дифференциации (интеграции) понятий различной местности:

$$\Delta = \{\delta_0, \delta_1, \delta_2, \dots\} \quad (\Lambda = \{\lambda_0, \lambda_1, \lambda_2, \dots\}).$$

Для определенности положим, $\delta_0() \rightarrow N_0$, $\lambda_0() \rightarrow N_0$, где N_0 – выделенное понятие, которое будем называть пустым. Некоторые другие свойства операций интеграции и дифференциации следуют из определений абстракций (см. 2.3 на с. 73) и приведены в табл. 2.1, где знак \sim обозначает синтаксическую эквивалентность.

Таблица 2.1. Свойства операций алгебры понятийных структур

Дифференциация	Интеграция
$\delta_1(N_i) \rightarrow N_i$	$\lambda_1(N_i) \rightarrow N_i$
$\delta_k(\dots, N_i, \dots, N_i, \dots) \sim \delta_{k-1}(\dots, N_i, \dots)$	$\lambda_k(\dots, N_i, \dots, N_i, \dots) \neq \lambda_{k-1}(\dots, N_i, \dots)$
$\delta_k(\dots, N_i, \dots, N_j, \dots) \sim \delta_k(\dots, N_j, \dots, N_i, \dots)$	$\lambda_k(\dots, N_i, \dots, N_j, \dots) \neq \lambda_k(\dots, N_j, \dots, N_i, \dots)$

Формулой алгебры понятийных структур называется множество отображений дифференциации и интеграции, заданное на некотором конечном подмножестве N .

Пример 2.17. Представим в виде формулы понятийную структуру, изображенную на рис. 2.8:

$$\{\lambda(N_3, N_4) \rightarrow N_1, \delta(N_1, N_3, N_4) \rightarrow N_2\}.$$

Из формулы, описывающей абстрагирование понятий N_1 , N_2 , N_3 и N_4 , видно, что понятие N_1 является интеграцией понятий N_3 и N_4 , а понятие N_2 – дифференциацией понятий N_1 , N_3 и N_4 . Так как способы абстрагирования понятий N_3 и N_4 не определены, делаем вывод, что эти понятия первичные. ♦

2.4.2. Схемы понятий

Из определения понятия следует, что каждое понятие обладает схемой – набором признаков, на которых понятие определено. Однако при задании понятийной структуры определению подлежат только отображения понятий. В связи с чем возникает задача определения схемы понятий по понятийной структуре. Потребность в решении этой задачи возникает и при абстрагировании, когда над схемами понятий выполняются теоретико-множественные операции пересечения и объединения с учетом повторения элементов.

Рассмотрим задачу определения схем понятий по имеющейся понятийной структуре. Для ее решения схему понятия определим как набор простых понятий, на которых по-

нятие определено. Схему понятий будем вычислять на основе отображений абстрагирования, заданных в понятийной структуре, по следующей рекуррентной процедуре:

- схема простого понятия N равна (N) ;
- схема понятия, полученного в результате дифференциации, равна пересечению схем дифференцируемых понятий;
- схема понятия, полученного в результате интеграции, равна объединению схем интегрируемых понятий;
- схема понятия, полученного в результате дифференциации и интеграции, равна объединению схем интегрируемых понятий, принадлежащему пересечению схем дифференцируемых понятий.

Операции объединения и пересечения множеств в рассматриваемом случае выполняются с учетом повторения элементов. Одновременная интеграция и дифференциация понятий является выразительным средством, которое позволяет уточнить схему определяемого понятия путем ограничения пересечения схем дифференцируемых понятий указанием некоторого подмножества этого пересечения. Очевидно, если схема, получаемая через интеграцию понятий, не содержится в схеме, вычисленной на основе дифференциации, то последнее говорит об ошибке в описании понятийной структуры.

Пример 2.18. Покажем вычисление схем понятий, заданных понятийной структурой на рис. 2.9.

Простыми являются понятия «Знак» и «Значение», следовательно, их схемы тождественны самим понятиям. Схемы понятий «Число», «Натуральное», «Отрицательное», «Иррациональное» и «Целое» равны («Знак», «Значение»). Однако схема «Рационального» и «Комплексного» числа определяется как («Знак», «Значение» : «Знак», «Значение»). При обобщении «Действительного» опять получаем схему («Знак», «Значение»). Самую сложную схему («Знак», «Значение» : «Знак», «Значение» : «Знак», «Значение») имеют «Мнимая» и «Действительная» части.

Заметим, что в зависимости от проблематики решаемых задач для такой хорошо формализованной области как «Числа» возможно построение нескольких понятийных структур. ♦

Из содержательных представлений о понятийной структуре и свойствах абстрагирования следует, что в списках дифференцируемых и интегрируемых понятий не может появляться определяемое понятие, задаваемое прямо или косвенно. Поэтому, при построении схемы понятия необходимо осуществлять контроль за наличием циклов в понятийной структуре, выражающих указанное ограничение.

2.4.3. Свойства понятийных структур

С целью исследования формализма понятий и их абстракций рассмотрим предварительно те элементарные следствия, которые могут быть получены из приведенных выше определений.

Свойство 2.1. Любая понятийная структура содержит не более чем одно обобщение для каждого включенного в нее понятия.

Доказательство. Пусть имеется понятие N_g , для которого определены два различных обобщения: $g_1(N_{11} \dots N_{1n}) \rightarrow N_g$ и $g_2(N_{21} \dots N_{2m}) \rightarrow N_g$. Если окажется, что экстенционалы понятия N_g , полученные при обобщениях g_1 и g_2 различны, то из определения 2.2 следует противоречивость понятийной структуры, так как существует сущность понятия N_g , описанная как принадлежащая, так и как не принадлежащая этому понятию.

Остается предположить, что обобщения g_1 и g_2 порождают один и тот же экстенционал. В таком случае такие обобщения могут быть объединены в одно $g(N_{11} \dots N_{1n} N_{21} \dots N_{2m}) \rightarrow N_g$ при сохранении полноты и непротиворечивости понятийной структуры. ♦

Таким образом, использование различных обобщений одного и того же понятия ничего, кроме возможности получения противоречивой понятийной структуры не дает и, следовательно, может быть запрещено без ухудшения выразительных качеств формализма.

Пример 2.19. Рассмотрим понятийную структуру, заданную списком отображений дифференциации и интеграции:

$$()N_0() \quad ()N_1() \quad ()N_2(N_1 N_3) \quad ()N_3(N_0 N_1) \quad (N_1 N_2)N_4() \quad (N_0 N_4)N_5(),$$

где список дифференцируемых понятий располагается слева от знака понятия-дифференциала, а список интегрируемых понятий – справа. В заданной понятийной структуре каждое понятие имеет по одному обобщению. Следовательно, эта понятийная структура не может привести к появлению противоречий, связанных с множественностью обобщения. Однако, такая структура неполна. Чтобы показать это, вычислим схемы понятий (см. 2.4.2 на с. 87): $\text{shm } N_0 = (N_0)$, $\text{shm } N_1 = (N_1)$, $\text{shm } N_2 = (N_0 N_1 N_1)$, $\text{shm } N_3 = (N_0 N_1)$, $\text{shm } N_4 = (N_1)$, $\text{shm } N_5 = ()$. Так как схема N_5 оказалось пустой, то это свидетельствует о неполноте рассматриваемой понятийной структуры. ♦

Свойство 2.2. В любой понятийной структуре типизируемые и типизированное понятия имеют одинаковые схемы.²¹

Доказательство. Из определения абстракции типизации следует, что общих признаков типизируемых понятий должно быть достаточно для определения интенционала понятия-типа, причем таких признаков, которые описывают все множество типизируемых сущностей и только их. Последнее означает, что частные признаки этих понятий являются несущественными для своих собственных интенционалов и могут быть исключены из рассмотрения. Таким образом, типизации подлежат только те понятия, схемы которых равны схеме понятия-типа: $\text{shm } N_T = \text{shm } N_j$. ♦

Из свойства 2.2 следует, что каким бы образом ни были бы определены типизируемые понятия, их схемы должны быть одинаковыми. Если такие схемы окажутся различающимися, то это означает наличие несущественных признаков у рассматриваемых понятий.

Пример 2.20. Из анализа примера 2.10 следует, что типизируемые понятия N_1 и N_2 имеют различные схемы: $\text{shm } N_1 = (D, R, S)$, $\text{shm } N_2 = (R, S, M)$. Так как из свойства 2.2 следует, что схемы типизированных понятий должны совпадать, то делаем вывод о наличии несущественных признаков в схемах понятий N_1 и N_2 .

Так как схемой понятия-типа N является пересечение схем понятий N_1 и N_2 , $\text{shm } N = (R, S)$, то необходимо показать, что признак D понятия N_1 и признак M понятия N_2 являются несущественными, т.е. должна существовать форма описания этих понятий без использования признаков D и M соответственно. В противном случае понятие N будет выражать не типизацию понятий N_1 и N_2 , а их обобщение.

Обращаясь к области интерпретации находим, что понятие N_1 , определенное как «двузначное кратное 5 и суммой 8», тождественно понятию «кратное 5 и суммой 8», так как чисел, состоящих из одной десятичной цифры, которые кратны 5 и имеют сумму цифр, равную 8, в используемом универсуме не существует. Следовательно, признак D является несущественным. Аналогично находим, что у понятия N_2 «кратное 9 с суммой 9 и произведением 14» признак M также является несущественным, так как сущности этого понятия со значение признака M , равным 14, не принадлежат экстенционалу.

²¹ В [77] абстракция типизации изначально определяется на множестве понятий, имеющих одинаковые схемы. Однако, в общем случае, форма представления понятия-типа может не соответствовать этому требованию, как, например, это имеет место в примере 2.10.

В итоге заключаем, что понятийная структура избыточна, так как понятия N_1 и N_2 имеют несущественные признаки. ♦

Свойство 2.2 не запрещает использования одного и того же понятия в образовании различных понятий-типов. Однако, если такие типизируемые понятия имеются, то это означает только эквивалентность схем у результирующих понятий-типов, а не эквивалентность самих понятий.

Свойство 2.3. *Любая понятийная структура содержит не более чем одну агрегацию для каждого включенного в нее понятия.*

Доказательство. В случае явного задания для понятия N_c двух различных его агрегаций $c_1(\dots, N_1, \dots) \rightarrow N_a$ и $c_2(\dots, N_2, \dots) \rightarrow N_a$, делаем вывод, что существуют понятия N_1 и N_2 , входящие в эти агрегации и имеющие различные экстенсионалы, $\text{ext } N_1 \neq \text{ext } N_2$. Тогда из (2.7) следует, что $\text{ext } N_c \neq \text{ext } N_c$. Получено противоречие, которое доказывает свойство в случае явного задания двух агрегаций.

Для случая неявного, или косвенного, выражения агрегаций предположим, что в результате анализа понятийной структуры для некоторого понятия N_c установлено противоречие $\text{ext } N_c \neq \text{ext } N_c$, т.е. найдена сущность, которая одновременно как принадлежит, так и не принадлежит экстенсионалу N_c . Тогда из (2.7) следует, что для двух экстенсионалов, полученных разными способами, существует хотя бы один отличный элемент, а это возможно только при наличии как минимум двух различных агрегации у некоторого понятия, которые учтены при двух различных способах получения экстенсионала N_c . Следовательно, для непротиворечивости понятийной структуры необходимо обеспечить единственность отображений агрегации и при неявном их выражении. ♦

Заметим, что свойство 2.3 справедливо и для ассоциации, так как ассоциация, также как и агрегация, формируется на основе объединения схем и декартова произведения экстенсионалов. Однако, отличие ассоциации от агрегации заключается в ограничении экстенсионала, которое задается интенсионалом понятия-ассоциации. Отсюда следует, что рассуждения, использованные при доказательстве свойства 2.3, могут быть применены и для абстракции ассоциации.

Пример 2.21. Пусть задана понятийная структура списками дифференциации и интеграции понятий:

$$()N_0() \quad ()N_1() \quad ()N_2(N_1 N_3) \quad ()N_3(N_1 N_4) \quad ()N_4(N_0 N_2),$$

где, как и ранее, список дифференцируемых понятий располагается слева от знака понятия-дифференциала, а список интегрируемых понятий – справа.

В рассматриваемой понятийной структуре все понятия имеют единственные интеграции, выраженные явно. Однако, понятие N_4 интегрирует понятие N_2 , которое, в свою очередь, есть интеграл понятий N_1 и N_3 , а N_3 интегрирует понятие N_4 . Следовательно N_4 косвенно интегрирует само себя, однако, с самим собой не совпадает. В итоге получаем, что существует сущность, которая в одном случае принадлежит понятию N_4 , а в другом случае ему не принадлежит. Следовательно, рассматриваемая понятийная структура противоречива, что является следствием двух взаимно исключающих описаний интеграции понятия N_4 . ♦

Заметим, что явное выражение нескольких агрегаций у одного понятия приводит к неоднозначности вычисления его схемы, а неявное выражение – к невозможности завершить вычисление схем из-за наличия циклов. Например, в понятийной структуре из примера 2.21 для определения схемы понятия N_2 необходимо знать схему N_3 , а вычисление схемы N_3 требует определения схемы N_4 , для вычисления которой необходима схема исходного понятия N_2 .

Свойство 2.4. *В любой понятийной структуре у каждого объемного понятия-ассоциации пересечение схем ассоциированных понятий не пусто.*

Доказательство. Пусть ассоциация N_a образована от понятий N_1, N_2, \dots, N_n . Так как понятие N_a обеспечивает навигацию между сущностями ассоциированных понятий по значениям их признаков, принадлежащий связи $\text{lnk } N_a$, то при пустом пересечении схем ассоциируемых понятий $\text{lnk } N_a = \emptyset$. Следовательно, каждая сущность некоторого ассоциированного понятия N_x (а их более чем одна, так как понятие N_a объемно) связана со всеми сущностями других ассоциированных понятий N_y ($y \neq x$). Последнее является следствием того, что пустое множество признаков рассматривается как принадлежащее любому их множеству.

Следовательно, экстенционал N_a равен декартову произведению экстенционалов ассоциированных понятий. Однако по определению 2.4 экстенционал N_a не равен декартову произведению экстенционалов ассоциируемых понятий. Получили противоречие, которое доказывает свойство. ♦

2.5. Формальная теория понятий

Поставим целью разработать формальную теорию понятий, которую будем использовать для достижения максимальной объективности в интерпретации понятий и их абст-

ракий. Универсумом формальной теории понятий является множество понятийных структур, порождаемых соответствующей алгеброй, а ее предметом – сами понятия, отображения абстрагирования и способы выражения разрешимых множеств понятий.

Всякая **формальная теория** определяется формальным языком, порождающим формулы, имеющими смысл с точки зрения этой теории, и совокупностью теорем, интерпретируемых в некоторой предметной области как выполнимые (имеющие место).

Для **конструктивного** построения формальной теории Φ :

- фиксируется конечный алфавит знаков T , называемый терминальным;
- определяется перечислимое²² множество формул F , каждая из которых является строкой в алфавите T ;
- выделяется разрешимое²³ множество аксиом A , являющееся подмножеством множества формул F , $A \subset F$;
- задается перечислимое множество правил вывода P , которые будем рассматривать как вычислимые отображениями различной местности i на множестве формул F , позволяющие получать новые теоремы на базе имеющихся,

$$P \subset \left(\bigcup_{i=0}^{\infty} F^i \rightarrow F \right),$$

где F^i – i -я декартова степень множества F .²⁴

Выводом формулы f в формальной теории Φ из формул-посылок $\varphi_1, \varphi_2, \dots, \varphi_n$ называется последовательность формул f_1, f_2, \dots, f_m такая, что $f = f_m$, а любая формула f_j ($j = \overline{1, m}$) есть либо аксиома, либо одна из формул-посылок φ_i ($i = \overline{1, n}$), либо непосредственно выводима из формул f_1, f_2, \dots, f_{j-1} по одному из правил вывода.

Собственно формальной теорией называется множество теорем, которое замкнуто относительно правил вывода. Формальная теория называется **разрешимой**, если существ-

²² Множество называется (рекурсивно-)перечислимым, если существует алгоритм, порождающий это множество, т.е. такой алгоритм, который последовательно выдаёт элементы данного множества (быть может с повторениями) и только их. Предполагается, что любой элемент множества рано или поздно будет получен. Очевидно, что всякое разрешимое множество перечислимо. Обратное неверно, поскольку существуют примеры перечислимых, но не разрешимых множеств.

²³ Множество называется **разрешимым**, если существует единый способ, позволяющий относительно любого элемента определить, принадлежит он этому множеству, или нет. Формальным уточнением этого понятия является понятие рекурсивного множества – такого множества, для которого существует (формальный) алгоритм, разрешающий это множество, т.е. дающий для любого элемента ответ, принадлежит он этому множеству или не принадлежит.

²⁴ В абстрактных формальных системах конструктивные средства для перечисления множества формул могут не задаваться. В этом случае предполагается, что произвольная строка в алфавите T является формулой теории. Тем самым неявно предполагается наличие некоторой конструктивной процедуры перечисления или распознавания строк над этим алфавитом.

вует конструктивная процедура, которая по любой строке в алфавите T позволяет судить, является ли эта строка формулой или нет.

2.5.1. Полнота и непротиворечивость

Основными свойствами любой формальной теории являются ее полнота и непротиворечивость.

Полнота формальной теории рассматривается как свойство, характеризующее достаточность для каких либо целей ее выразительных средств. Для любой интерпретации теории необходимо отображение, устанавливающее соответствия между формулами теории и сущностями (объектами) предметной области, которую в этом случае называют **областью интерпретации** теории.

В прикладных теориях значения исходных терминов²⁵ даны с самого начала, т.е. интерпретацию данной теории полагают фиксированной. В рамках таких теорий возможны рассуждения о выводимости всех требуемых формул и о соответствии таких формул свойствам прикладной области интерпретации. Полнота формальной теории в данном случае называется **семантической полнотой**.

В математических теориях, конструируемых на основаниях формальной аксиоматики, значения исходных терминов остаются неопределенными во время вывода. В этом случае формальная теория называется **семантически полной относительно заданной интерпретации**, если из нее могут быть выведены все формулы, необходимые и соответствующие этой интерпретации.

Наряду с понятием семантической полноты определяется и другое ее понятие, которое рассматривается как внутреннее свойством формальной теории, не зависящее ни от одной из ее интерпретаций. Формальную теорию называют **синтаксически полной**, если порожаемое ею множество формул достаточно для произвольной области интерпретации.²⁶ Отсутствие четких критериев синтаксической полноты в общем случае привело к поиску такой области интерпретации, которая могла бы стать минимальным фрагментом любой другой области.

²⁵ Термин – слово (знак), обозначающий точно (однозначно) определенное понятие предметной области.

²⁶ Определение синтаксической полноты формальной теории в общем смысле возможно только на основе мощностных оценок множеств формул теории и множества сущностей области интерпретации. В частности, могут быть выделены конечные, счетные и континуальные теории и соответствующие им области. Однако, в этом случае определение соответствия между сущностями области интерпретации и формулами теории, как правило, является нетривиальной задачей, которая не всегда поддается конструктивному решению. Поэтому в абстрактных формальных теориях основной акцент делается на выявлении свойств множеств формул, а именно, определяется их разрешимость и перечислимость.

Такая область была найдена и названа областью *логической интерпретации*. Понятие логической истины достаточно определенно сформулировал Лейбниц [138]. Он назвал предложение логически истинным, если оно истинно во всех «мирах», т.е. во всех интерпретациях. Это означает, что логика не содержит никаких фактических истин, относящихся к какому-либо конкретному миру. Несмотря на то, что в прикладных теориях формулы интерпретируются не только как истинные и ложные, но также – неопределённые, бессмысленные, модальные и т.п., при логической интерпретации требуется обойтись только двузначной логикой, т.е. такой логикой, в которой каждая формула либо истинна, либо ложна. Именно такое понимание логики проводит чёткую границу между логическими и содержательными истинами, что существенно необходимо для построения формальных теорий, и в частности, самой математической логики.²⁷

Формальную теорию называют *дедуктивно полной*, если для всякой формулы, выводимой в данной теории, можно показать ее истинность (является в таком случае теоремой).²⁸ Понятно, что в этом случае подразумевается логическая интерпретация, которая ставит в соответствие каждой формуле значение ее истинности.

Интерпретация становится *моделью* для формальной теории, если все ее теоремы истинны в данной интерпретации. По этой причине всякая формальная теория, как правило, содержит в качестве своего фрагмента формальную логику, т.е. логические аксиомы и правила вывода, благодаря которым становится возможным рассматривать формальные *доказательства*, т.е. конструктивными средствами показывать выводимость требуемых формул (теорем).

²⁷ Особую роль в математической логике имеет понятие семантической полноты исчисления предикатов первого порядка, где семантическая полнота понимается в том смысле, что в исчислении доказуемы все общезначимые формулы и только они. Это отличает формальную логику от других теорий. В итоге, основной смысл исчисления предикатов – обеспечение истинности формул при всех возможных интерпретациях. Благодаря этому замечательному свойству логика предикатов широко применяется во всей математике, несмотря на некоторую ограниченность её языка. Для прикладных теорий рассматривается либо синтаксическая полнота, либо полнота относительно каких-либо специальных семантик [240]. Последнее связано с тем, что такие теории основаны на расширении логики предикатов с общей тенденцией приблизить язык формальной теории к естественному языку. Однако, если иметь в виду, что понятие истины присуще всем возможным «мирам», то вводимые в прикладные теории дополнительные понятия таковыми не являются и требуют явного определения своей семантики.

²⁸ Во многих формальных теориях имеется различие между множеством выводимых формул и множеством теорем. В этом случае формальная теория дополняется конструктивными средствами, позволяющими получить произвольную теорему. При логической интерпретации теоремой называется формула, выводимая из аксиом и интерпретируется как истинная, а конструктивные средства для этого предоставляются логическими правилами вывода. Заметим, что в математической логике распознавание в произвольной ее формуле теоремы неразрешимо [27].

С логической интерпретацией тесно связано понятие непротиворечивости. Формула называется *общезначаимой*, если она логически истинна, и *противоречивой*, если она логически ложна, т.е. ее отрицание общезначимо. Формальная теория логически *непротиворечива*, если все ее теоремы не являются противоречиями. Однако, доказательство непротиворечивости средствами самой теории не означает ее действительной непротиворечивости, поскольку в противоречивой теории всегда доказуема её непротиворечивость. Для доказательства непротиворечивости необходима другая формальная теория, а потому такое доказательство лишь сводит вопрос о непротиворечивости одной теории к непротиворечивости другой.

Заметим, что результаты, полученные Гёделем исключают возможность проверки полноты для таких основополагающих теорий, как арифметика или теория множеств [27]. Отрицательные теоремы Гёделя утверждают, что если формальная арифметика первого порядка непротиворечива, то она неполна и даже принципиально *неполнима* в том смысле, что в любом непротиворечивом аксиоматизируемом расширении арифметики существует неразрешимая замкнутая теорема, т.е. недоказуемая формула, отрицание которой также не доказуемо. Поскольку каждая замкнутая формула при логической интерпретации либо логически истинна, либо логически ложна, то это означает, что существует истинная арифметическая формула, не доказуемая в формальной арифметике.

Хотя доказательство непротиворечивости формальной арифметики стало возможным в ее расширении, при котором к аксиомам арифметики добавляется трансфинитная индукция, или конструктивное правило Карнапа [156, т. 2, с. 728], неполнота арифметики так и осталась научным фактом. По этой причине у достаточно сложных формальных теорий, имеющих логическую интерпретацию, различают два вида полноты: синтаксическую и семантическую, что связано с разделением языка таких теорий на синтаксическую и семантическую части и, как следствие этого, наличием двух видов доказательств.²⁹ К первому виду относятся доказательства, которые касаются только синтаксических свойств теории в логической интерпретации. Второй вид – это семантические доказательства, апеллирующие к содержательным интерпретациям языка теории [240].

Заметим, что семантические доказательства содержат обращение к семантике, которая, как правило, не является аксиоматизируемой теорией. Считается, что для всякого семантического доказательства можно получить его синтаксический аналог, если формализовать соответствующую содержательную теорию (тезис Гильберта [12, с. 49]). В этом

²⁹ В частности, в математической логике различают исчисление предикатов и алгебру предикатов. Исчисление предикатов является синтаксической теорией и используется в синтаксических математических теориях. Множество же общезначаимых формул алгебры предикатов является семантической теорией предикатов и определяет логические средства, используемые в математике.

случае для каждого семантического доказательства строят его синтаксический эквивалент путём аксиоматизации фрагмента содержательной теории, содержащего посылки доказательства. Однако, при этом открытым остается вопрос о непротиворечивости всей совокупности таким образом полученных доказательств, разрешение которого может оказаться эквивалентным доказательству непротиворечивости всей содержательной теории.

2.5.2. Семантические инварианты

Уточнение понятия истины с помощью средств логической семантики осуществлено А. Тарским [204]. Им показано, что термин «истинно» выражает только свойство нашего знания, в частности, свойство высказываний, а не объективной действительности. Следовательно, инвариантность истины в различных областях интерпретации проистекает не из свойств этих областей, а из свойств, присущих мышлению как таковому. После такого уточнения правомерным становится вопрос: существуют ли другие такие инварианты?

Очевидно, поиск *семантических инвариантов* следует осуществлять в области получения, переработки и представления знаний. В самом общем виде знание может быть определено как проверенный на практике результат субъективного отражения объективной действительности, представляемый понятиями и суждениями, утвержденными некоторой последовательностью умозаключений. Единственная известная и семантически полная формальная теория – исчисление предикатов первого порядка – акцентирует свое внимание на правилах выражения суждений и построения на их основе умозаключений. Однако, столь же общими для всех областей интерпретации видятся не только правила вывода, сохраняющие истинность, но и правила образования и выражения понятий.

Таким образом, на основе формализации способов образования понятий, а именно: абстракций обобщения, типизации, ассоциации и агрегации, может быть построена формальная теория, претендующая, как и исчисление предикатов, на семантическую инвариантность во всех «мыслимых мирах». Однако, в отличие от исчисления предикатов, имеющего в качестве семантического инварианта область логической интерпретации, формальную теорию понятий определим с учетом другого семантического инварианта – *области понятийной интерпретации*.

Формальную теорию понятий будем строить на основе алгебры понятийных структур, которая предназначена для выражения способов абстрагирования понятий и дополненная описанием интенционалов понятий, задающих конструктивные процедуры для разрешения их экстенционалов.

Определение 2.9. *Формулой формальной теории понятий будем называть понятийную структуру, которая дополнена описанием интенционалов всех входящих в нее понятий.*

Так как в рассмотренном ранее формализме понятийной структуры предусмотрены средства для выражения всех известных абстракции, то определение синтаксической полноты теории будем осуществлять путем выявления условий, при которых такое определение становится неприменимым. Как это имеет место и в исчислении предикатов, будем различать полноту и непротиворечивость самой формальной теории. Однако, в противоположность исчислению предикатов, введем в использование понятия полноты и непротиворечивости понятийной структуры и ее интенционалов, выражаемой формулой этой теории.

Определение 2.10. *Формулу формальной теории понятий будем называть **синтаксически полной**, если в ней отсутствуют понятия, которые не содержат ни одной сущности, т.е. экстенционал которых пуст.*

Заметим, что синтаксическая неполнота формулы в указанном смысле делает понятийную структуру неприменимой в любой области интерпретации. Последнее основано на том, что если в некоторой предметной области мыслится некоторое понятие, то это понятие должно иметь как минимум одну сущность, ему принадлежащую. В противном случае такое понятие не может быть образовано при абстрагировании и не может быть использовано для описания предметной области.

В частности, непосредственно из определения 2.10 следует, что если у некоторого понятия схема пуста, то это свидетельствует о синтаксической неполноте понятийной структуры, так как из пустоты схемы следует и невозможность определить хотя бы одну сущность, принадлежащую экстенционалу этого понятия, кроме разве что пустого понятия, не содержащего ни одной сущности.

Определение 2.11. *Формулу формальной теории понятий будем называть **семантически полной**, если в ней определены все понятия, способы их абстрагирования и выражения, необходимые для описания заданной области интерпретации.*

Таким образом, определение семантической полноты формулы теории понятий связано с выявлением достаточности ее понятий для описания некоторой предметной области. Очевидно, что семантическая полнота конкретной формулы не может быть определена средствами самого формализма и требует обращения к области интерпретации. При этом необходимо выполнить содержательный анализ предметной области, решаемой задачи и метода ее решения, а также привести семантическое доказательство ее полноты. Далее будем считать, если не установлено обратное, то в понятийной структуре определе-

ны все необходимые понятия, т.е. рассматриваемые понятийные структуры будем считать семантически полными.³⁰

Заметим, что понятие непротиворечивости только для понятийной структуры введено быть не может. Однако, если понятийная структура дополнена способами выражения сущностей, принадлежащих каждому из ее понятий, то непротиворечивость понятийной структуры может быть установлена на основе выявления противоречий, связанных с принадлежностью сущностей экстенционалам понятий, рассматриваемых как разрешимые множества, где разрешающая процедура задается описанием интенционала. Таким образом, понятие противоречивости может быть определено только для формулы формальной теории понятий, которая помимо понятийной структуры содержит и описания интенционалов.

Определение 2.12. *Формула формальной теории понятий называется **противоречивой**, если в ней описана сущность, выраженная как принадлежащая, так и как не принадлежащая экстенционалу одного и того же понятия.*

Определение непротиворечивости осуществим путем установления противоречий в описании схем и интенционалов понятий, что возможно финитными средствами по причине конечности и разрешимости этих множеств. Заметим, что разрешающая процедура для экстенционалов понятия выражается его интенционалом.

Определение 2.13. *Формальную теорию понятий будем называть:*

- **непротиворечивой**, если все выводимые в теории формулы непротиворечивы;
- **семантически полной**, если для любой области интерпретации существует в теории вывод соответствующей ей формулы;
- **синтаксически полной**, если для любой выводимой в теории формулы существует область интерпретации;
- **разрешимой**, если существуют конструктивные средства, позволяющие установить синтаксическую полноту и непротиворечивость любой формулы, выводимой в теории.

Из данного определения видно, что понятия полноты и непротиворечивости формальной теории понятий несколько отличаются от принятых в математической логике. Специфика определения 2.13 обусловлена тем, что универсум формальной теории понятий имеет большую общность, чем универсум математической логики. Более того, с по-

³⁰ Методика построения семантически полных понятийных структур рассмотрена в 2.7.

следним не совпадает и включает последний в качестве своего фрагмента (частного случая).³¹

В математической логике различают исчисления предикатов и алгебру предикатов, причем алгебра предикатов рассматривается как семантическая теория, поставляющая исчислению предикатов стандартную область интерпретации. В свою очередь исчисление предикатов является синтаксической теорией и используется как логическое средство в синтаксических математических теориях. Однако, все высказывания о полноте и непротиворечивости исчисления предикатов формулируются не относительно математической теории, для описания которой оно предназначено, а относительно алгебры предикатов, которая, в этом случае, непременно должна быть включена в синтаксические средства этой математической теории.

По аналогии с исчислением предикатов, в формальной теории понятий семантической теорией является алгебра понятийных структур, поставляющая синтаксической части теории понятий стандартную область интерпретации. Поэтому для оценки состоятельности теории по описанию полных и непротиворечивых понятийных структур введено понятие семантической полноты, а для оценки невозможности получения описаний неполных и противоречивых понятийных структур – понятие синтаксической полноты.³²

Таким образом, формальная теория понятий синтаксически полна, если не требуется специальным образом устанавливать состоятельность (выполнимость) любой выведенной в ней формулы, т.е. все выводимые формулы описывают понятийные структуры, для которых существуют области интерпретации (возможно мыслимые). С другой стороны, если для всех предметных областей существует вывод соответствующих им формул (понятийных структур), то такая теория понятий семантически полна.

В итоге, область логической интерпретации следует рассматривать как соответствующую конкретному предметному содержанию, связанному с понятием логической истины. С другой стороны, полнота и непротиворечивость теории в области логической интерпретации является частным случаем полноты и непротиворечивости этой теории в области понятийной интерпретации, а через нее – для соответствующего фрагмента произвольной предметной области (рис. 2.10).

³¹ В частности, для понятия логической истины могут существовать сущности (высказывания), которые описаны как принадлежащие, так и как не принадлежащий экстенсionалу этого понятия. В этом случае имеем противоречие, понимаемое в классическом смысле.

³² Несмотря на все старания, достичь в достаточно сложной формальной теории такой идеальной ситуации, когда теория описывает все сущности предметной области только их, как правило, не удается [164].

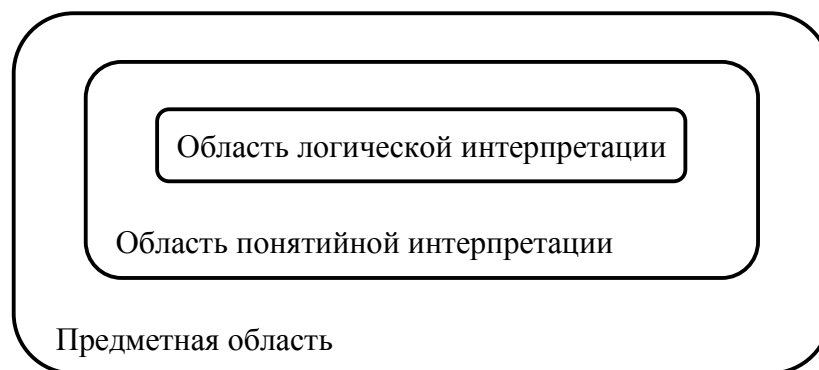


Рис. 2.10. Области интерпретации

Стандартной интерпретацией формальной теории понятий является понятийная область, относительно которой известно, что она принадлежит некоторой предметной области, которая, в свою очередь, структурирована на понятийном уровне и включает способы образования и выражения понятий. Таким образом, формальная теория понятий, как и исчисление предикатов, не зависит от своих предметных расширений и может быть включена любое из них. В этом случае предполагается, что любая предметная область допускает в качестве своего минимального фрагмента область понятийной интерпретации, а через нее, в случае необходимости, может содержать и подобласть логической интерпретации.

В заключении заметим, что введенное понятие синтаксической полноты формальной теории понятий является некоторым обобщением синтаксической полноты исчисления высказываний в узком смысле. Непротиворечивая теория называется *синтаксически полной в узком смысле*, если добавление к ее аксиомам любой невыводимой в этой теории формулы с сохранением всех правил вывода, приводит к противоречивой теории [234, с. 154].

Действительно, пусть имеется формальная теория понятий T , которая непротиворечива, семантически и синтаксически полна. Пусть f – любая невыводимая в теории T формула. Добавим f множество аксиом этой теории и рассмотрим полученную при этом новую теорию T' . Поскольку T' содержит все аксиомы и правила вывода теории T , то в ней выводимы все формулы теории T . Так как в новой теории формула f – аксиома, то эта формула в ней также выводима. Однако формула f не может иметь области интерпретации, так как все области интерпретации уже описаны в теории T и выражены соответствующими формулами, т.е. между формулами этой теории и областями интерпретации установлено взаимно-однозначное соответствие. Остается только предположить, что f –

противоречива, т.к. не имеет области интерпретации. Следовательно, противоречива и теория T' .³³

2.5.3. Исчисление понятий

Исчисление понятий определим как исчисление понятийных структур, а саму понятийную структуру будем задавать множеством формул, каждая из которых выражает образование одного из ее понятий. Таким образом, универсумом исчисления понятий является множество понятийных структур, а ее предмет – понятия и отображения абстрагирования.

Алфавит. Алфавит исчисления включает знаки понятий N_1, N_2, \dots ; знак неопределенности \neg , знаки операций объединения \cup , пересечения \cap , строгого \supseteq и нестрогого \supset включения, круглых скобок $), ($.

Аксиома. Подразумевается, что исчисление понятий строится на базе теории множеств и включает ее аксиоматику.³⁴ Единственной дополнительной аксиомой, добавляемой в исчислении понятий к аксиоматике теории множеств, является аксиома существования пустого понятия, которое определяется как понятие, имеющее пустое множество признаков, пустой интенционал и экстенционал:

$$0) \frac{()()}{()},$$

где для обозначения понятия использована дробь: в числителе дроби между парами фигурных скобок задается имя понятия (у пустого понятия имя отсутствует) и способы его образования – списки дифференциации (первая пара скобок) и интеграции (вторая пара скобок), а в знаменателе – схема понятия, которая для пустого понятия также пуста.

³³ Может возникнуть возражение, что в рассмотренном обосновании обобщности синтаксической полноты формальной теории понятий по отношению к синтаксической полноте в узком (логическом) смысле, не следует использовать такое сильное свойство теории, как ее семантическая полнота. Однако, последнее не стало препятствием для доказательства синтаксической полноты в узком смысле исчисления высказываний [234, с. 154], где для доказательства потребовалось привлечь свойство семантической полноты этого исчисления по отношению к алгебре высказываний, а множество тождественно-истинных формул алгебры высказываний объявлено как семантическая теория, достаточная для описания произвольных предметных областей.

³⁴ Так как рассматриваемые далее множества не являются множествами более высоких типов (не содержат себя в качестве своих элементов), то используемый фрагмент теории множеств гарантирует от проникновения в формализм противоречий. Считается, что парадоксы теории множеств связаны только с понятием множества всех множеств, а также с самоприменимыми предикатами [240]. В частности, понятие множества всех множеств не признается математическим объектом потому, что оно не удовлетворяет такому естественному свойству всякого множества, как возможность его расширения.

Заметим, что самая простая понятийная структура состоит из одной аксиомы. Более того, по определению аксиома содержится в любой понятийной структуре и сохраняет ее полноту и непротиворечивость.

Правила вывода. Понятийную структуру будем представлять формулой, состоящей из подформул. Правила вывода зададим в виде вычислимых отображений подформул-посылок в подформулу-заключение. При этом посылками могут стать только подформулы, которые выведены ранее и принадлежат множеству подформул понятийной структуры. Заключение вывода – это новая подформула, которая включается в формулу понятийной структуры.

Таким образом, выводом в исчислении понятий будем называть получение формулы понятийной структуры S , состоящим из конечной последовательности подформул f_1, f_2, \dots, f_m , которая по окончании вывода образуется множество подформул понятийной структуры $S = \{f_1, f_2, \dots, f_m\}$, причем каждая подформула f_i объявляет некоторое понятие N_i и задает способ его абстрагирования.

В исчислении понятий будем использовать следующие четыре правила вывода, представленные в виде схем, или метаформул:

- 1) $\frac{()()}{()} \xrightarrow{\neg N} \frac{()N()}{(N)}$;
- 2) $\frac{(\dots)N_1(\dots) \dots (\dots)N_m(\dots)}{\text{shm } N_1 \dots \text{shm } N_m} \xrightarrow{\neg N} \frac{(N_1 \dots N_m)N()}{\bigcap_{i=1}^m \text{shm } N_i \supset \{ \}}$;
- 3) $\frac{(\dots)N_1(\dots) \dots (\dots)N_m(\dots)}{\text{shm } N_1 \dots \text{shm } N_m} \xrightarrow{\neg N} \frac{()N(N_1 \dots N_m)}{\bigcup_{i=1}^m \text{shm } N_i}$;
- 4) $\frac{(\dots)N_1(\dots) \dots (\dots)N_m(\dots)}{\text{shm } N_1 \dots \text{shm } N_m} \xrightarrow{\neg N} \frac{(N_1 \dots N_t)N(N_{t+1} \dots N_m)}{\bigcup_{j=t+1}^m \text{shm } N_j}$.

Каждое правило имеет левую и правую части. В левой части (до знака вывода \mapsto) задаются посылки, в правой части, после знака вывода, – заключение. Указание условий, при которых правило может быть применено, осуществляется над и под знаком вывода. По своей сути условия – это дополнительные посылки, выраженные на языке теории множеств и которые должны выполняться до применения правил.

Приведенные схемы описывают порождение множества всех формул исчисления, которые получаются, если в правой части вместо подформул-посылок записать выведенные ранее подформулы, а метапеременную N заменить на знак определяемого понятия. Метапеременные N_i и $\text{shm } N_i$ ($i = \overline{1, m}$) выражают соответственно знаки понятий и их

схемы из подформул-посылок. Заметим, что в левой части правил одна и та же подформула может повторяться любое число раз.

Так как для установления полноты и непротиворечивости формальной теории понятий, необходимо помимо понятийной структуры иметь и описания интенционалов понятий, далее будем предполагать, что интенционалы понятий, если не заданы, сохраняют полноту и непротиворечивость формул исчисления понятий. Это необходимо для исследования тех свойств исчисления, которые могут привести к невозможности полного или непротиворечивого определения интенционалов.

Простые понятия. Правило вывода 1) служит для порождения первичных понятий, или понятий-признаков, схема которых тривиальна и состоит из самого порождаемого понятия. При применении правила необходимо обеспечить невозможность вывода одного и того же понятия-признака дважды, что непосредственно следует из свойств понятийных структур (см. 2.4.3). Последнее достигается проверкой условия применения правила, которое задано в виде знака определяемого понятия с операцией неопределенности \neg . Ввиду конечности множества подформул будем предполагать существование конструктивного средства для выполнения этой операции, осуществляющей просмотр ранее порожденных подформул и сравнение знаков уже определенных понятий со знаком нового понятия N .

Первое правило сохраняет непротиворечивость и полноту понятийной структуры. Предполагается, что любое последующее определение интенционала понятия N является непротиворечивым и синтаксически полным, т.е. интенционал описывает не менее одной сущности (полнота) и одна и та же сущность не описана как принадлежащая, так и как не принадлежащая этому понятию (непротиворечивость).

Если схема понятия N будет пуста, то обеспечение синтаксической полноты при описании интенционала станет невозможным. Следовательно, полнота понятийной структуры может следовать только из непустой схемы порождаемого понятия-признака, что является необходимым условием. Достаточность следует из посылки о существовании синтаксически полного описания интенционала понятия N . Заметим, что формальные средства для выражения интенционалов в исчислении не рассматриваются.

Непротиворечивость понятийной структуры после применения правила следует из ее начальной непротиворечивости и отсутствия какого-либо иного описания интенционала понятия N , могущего привести к противоречию. Для этого достаточно потребовать отсутствия в понятийной структуре понятия с тем же именем.

Дифференциальные понятия. Правило вывода 2) служит для порождения понятий на основе дифференциации понятий. Условием применения правила является отсут-

вие определения понятия N в множестве подформул понятийной структуры и непустое пересечение схем дифференцируемых понятий N_1, \dots, N_m , которое становится схемой образуемого понятия N . Так как схемы понятий – конечные множества, следовательно, существуют конструктивные средства для определения их пересечения, которое, заметим, выполняется с учетом повторения элементов.

Второе правило, как и первое, сохраняет непротиворечивость и синтаксическую полноту понятийной структуры. Полнота следует из непустой схемы порождаемого дифференциального понятия, а непротиворечивость – из отсутствия в понятийной структуре понятия с тем же именем.

Интегральные понятия. Правило 3) необходимо для порождения понятий на основе интеграции понятий. Условие применения правила обеспечивает, помимо единственности подформулы описания понятия N , невозможность создания понятий на основе интеграции только пустых понятий. Схемой образуемого понятия N становится объединение схем интегрируемых понятий N_1, \dots, N_m , которое, как и при дифференциации, выполняется с учетом повторения элементов.

Рассматриваемое правило сохраняет непротиворечивость и синтаксическую полноту понятийной структуры: полнота, как и ранее, следует из непустой схемы интегрального понятия, а непротиворечивость – из отсутствия в понятийной структуре понятий с тем же именем.

Сложные понятия. Особую роль в формализме играет правило 4), которое служит для задания понятий, которые образуются одновременно при дифференциации и интеграции. Посылками правила служит множество подформул, образующих два подмножества – подмножество подформул, участвующих в дифференциации понятия, и подмножество подформул, задающих его интеграцию. Разделение посылок определяется параметром правила t , где t – количество подформул-посылок, участвующих в дифференциации. Оставшиеся $m-t$ посылок применяются для интеграции понятия. Понятия, образованные путем одновременной дифференциации и интеграции других понятий будем называть *сложными понятиями*.

Необходимость правила для образования сложных понятий вызвана тем, что абстракция обобщения определена в (2.4) при строгом пересечении схем обобщаемых понятий. Однако, в предметной области могут существовать понятия, которые образованы не только путем расширения экстенционала образуемого понятия, но и при ограничении его схемы. С другой стороны, абстракция ассоциации в (2.6) не позволяет определить родовидовые связи образуемого понятия, что также ограничивает выразительные возможности понятийной структуры и может привести к ее семантической неполноте. Поэтому образо-

вание понятий путем одновременной интеграции и дифференциации признаков является необходимым выразительным средством исчисления.

Таким образом, правило 4) позволяет определить дифференциальное понятие с ограничением его схемы до схемы специфицированного интегрального понятия. При этом сохраняется возможность для вновь образованного понятия одновременно выразить и обратные абстракции, а именно, абстракцию конкретизации, противоположную абстракции обобщения, и абстракцию индивидуализации, противоположную абстракции ассоциации. Более того, при определении сложного понятия его интегральная часть позволяет специфицировать содержательный состав понятия, непосредственно не выводимый из дифференциальной части.

Условия применения правила обеспечивают, как и ранее, единственность формулы для понятия N , а также ограничения, которые необходимо выполнить для обеспечения синтаксической полноты и непротиворечивости соответствующей формулы теории понятий. Схемой образуемого понятия N становится непустое объединение схем интегрируемых понятий N_{i+1}, \dots, N_m , которое обязательно должно принадлежать пересечению схем дифференцируемых понятий N_1, \dots, N_i .

Полнота и непротиворечивость. Как показано выше правила вывода исчисления понятий сохраняют синтаксическую полноту и непротиворечивость каждой выводимой в исчислении понятийной структуры. При этом аксиома рассматривается как минимальная понятийная структура, являющаяся синтаксически полной и непротиворечивой по определению. Следовательно, каждая выведенная в исчислении понятийная структура является ее теоремой. Отсюда может быть показана справедливость следующего утверждения.

Утверждение 2.5. *Исчисление понятий полно и непротиворечиво.*

Доказательство. Непротиворечивость исчисления понятий следует из ранее показанной непротиворечивости аксиомы и сохранения непротиворечивости понятийной структуры при применении каждого правила вывода.³⁵

Для доказательства семантической полноты исчисления предположим, что существует область интерпретации, не имеющая выводимой в исчислении понятийной структуры. Следовательно, в этой области имеется хотя бы одно понятие, отсутствующее в некоторой понятийной структуре, которая соответствует максимальному фрагменту области интерпретации, а такой всегда фрагмент существует, так как пустое понятие принадлежит

³⁵ Заметим, что аналогичный метод доказательства использовался для обоснования непротиворечивости самого исчисления предикатов, при котором все формулы исчисления предикатов однозначно отображены в формулы исчисления высказываний. При этом показано, что все аксиомы исчисления переходят в тавтологии (тождественно истинные формулы), а правила вывода сохраняют тавтологичность формул [234].

любой области интерпретации. Используя правила вывода 1)-4) включим недостающее понятие в такую структуру.³⁶ Повторяя описанную процедуру для всех отсутствующих понятий, осуществим вывод понятийной структуры. Следовательно понятийная структура для рассматриваемой области существует. Получено противоречие, обосновывающее семантическую полноту исчисления понятий.

Покажем теперь синтаксическую полноту исчисления. Предположим, что существует выводимая в исчислении понятийная структура, которая не имеет области интерпретации. Так как исчисление обеспечивает выражение всех абстракций понятий для любых областей интерпретации, в том числе и «мыслимых», то сделанное предположение возможно только, если понятийная структура противоречива, что делает ее неприменимой в любой области, или синтаксически неполна, т.е. включает одно или несколько понятий с пустым экстенционалом.

Однако, как показано выше, исчисление понятий семантически полно и непротиворечиво. Следовательно, рассматриваемая понятийная структура синтаксически полна и непротиворечива. Получено противоречие, которое доказывает синтаксическую полноту исчисления.

Так как исчисление понятий оказалась синтаксически и семантически полным, делаем вывод о его полноте. ♦

Пример 2.22. Рассмотрим понятийную структуру, заданную множеством формул исчисления понятий:

$$S = \{ ()() ()N_1() ()N_2() ()N_3(N_1N_2) (N_1N_3)N_4() (N_3)N_5(N_4) \}.$$

Построим вывод понятийной структуры S :

$$\text{Шаг 1. } \frac{()()}{()} \mapsto \frac{()N_1()}{(N_1)} \text{ – использованы аксиома } () \text{ и правило 1);}$$

$$\text{Шаг 2. } \frac{()()}{()} \mapsto \frac{()N_2()}{(N_2)} \text{ – использованы аксиома } () \text{ и правило 1);}$$

$$\text{Шаг 3. } \frac{()N_1() ()N_2()}{(N_1) (N_2)} \mapsto \frac{()N_3(N_1 N_2)}{(N_1 N_2)} \text{ – использовано правило 3);}$$

$$\text{Шаг 4. } \frac{()N_1() ()N_3()}{(N_1) (N_3)} \mapsto \frac{(N_1 N_3)N_4()}{(N_1)} \text{ – использовано правило 2);}$$

$$\text{Шаг 5. } \frac{()N_3() (N_1 N_3)N_4()}{(N_1 N_2) (N_1)} \mapsto \frac{(N_3)N_5(N_4)}{(N_1)} \text{ – использовано правило 4).}$$

³⁶ Достаточность используемых в исчислении понятий четырех абстракций для выражения любой понятийной структуры имеет такое же обоснование, как и достаточность логических связок и кванторов исчисления предикатов для выражения всех высказываний относительно любой области интерпретации.

В итоге имеем,

$$S = \left\{ \begin{array}{cccccc} ()() & ()N_1() & ()N_2() & ()N_3(N_1 N_2) & (N_1 N_3)N_4() & (N_3)N_5(N_4) \\ () & (N_1) & (N_2) & (N_1 N_2) & (N_1) & (N_1) \end{array} \right\},$$

откуда заключаем, что понятийная структура S полна и непротиворечива. ♦

2.5.4. Логическая теория понятий

Непротиворечивость и полнота исчисления понятий установлена исходя из предположения о непротиворечивости и полноте интенционалов понятий. Последнее может быть обеспечено использованием для выражения интенционалов известных непротиворечивых теорий, например, исчисления высказываний, исчисления предикатов первого порядка, формальной арифметики.³⁷

Логическую теорию понятий определим как расширение исчисления понятий за счет дополнения формализма исчислением предикатов, которое используется для выражения интенционалов.

Для синтаксической полноты понятийной структуры требуется непустота схемы и существования хотя бы одной сущности, для которой интенционал выполним. Это равносильно выводимости интенционала понятий в исчислении предикатов и его выполнимости при каких-либо значениях свободных переменных, т.е. формула интенционала должна быть не тождественно-ложной. Заметим, что определение тождественной ложности формул в теории предикатов разрешимо, что следует из логической выводимости (доказуемости) всех теорем исчисления, а значит и их отрицаний [234].

При использовании непротиворечивых формул исчисления предикатов для выражения интенционалов понятий все формулы логической теории понятий также будут непротиворечивы. Однако, в отличие от исчисления понятий, где все формулы предполагаются синтаксически полными, в логической теории, без принятия соответствующих мер, возможно порождение формул, которые приводят к синтаксической неполноте понятийной структуры.

Для обеспечения синтаксической полноты логической теории дополним правила вывода 1)-4) еще одним условием, которое устанавливает отсутствие противоречия при выражении интенционала каждого понятий.³⁸ Очевидно, для такой проверки не требуется знание области интерпретации, так противоречие является тождественно ложной формулой во всех интерпретациях. Следовательно исчисление предикатов сохраняет и синтак-

³⁷ Заметим, что чистое исчисление предикатов включает в качестве своего фрагмента исчисление высказываний. Известны также непротиворечивые расширения исчисления предикатов, содержащие исчисление с операцией равенства и формальную арифметику [131].

³⁸ *Противоречием* называется формула логики предикатов, которая ложна при всех интерпретациях, т.е. является тождественно-ложной.

сическую полноту логической теории. После такого уточнения и с учетом утверждения 2.5 показана справедливость следующего утверждения.

Утверждение 2.6. *Логическая теория понятий является синтаксически полной и непротиворечивой.*

Важным отличием логической теории от исчисления понятий является расширение понятия семантической полноты формул на интенционалы понятий. Так как каждый интенционал, по своей сути, задает разрешающую процедуру для экстенционала соответствующего понятия, то проверка семантической полноты формулы логической теории должна выполняться не только путем определения семантической полноты конкретной понятийной структуры, но и путем анализа на семантическую полноту формул исчисления предикатов. В последнем случае требуется, чтобы каждый интенционал выражал все сущности, принадлежащие соответствующему понятию на содержательном уровне, и только их.

В итоге, открытым остался вопрос о семантической полноте логической теории, который может быть переформулирован следующим образом: существуют ли экстенционалы понятий произвольной предметной области, которые не выражаются на языке исчисления предикатов первого порядка. Иными словами, существует ли высказывание о принадлежности той или иной сущности экстенционалу некоторого понятия, которое является истинным в предметной области, но не выразимым в исчислении предикатов.

Общий ответ на этот вопрос оказывается отрицательным, несмотря на то, что исчисление предикатов первого порядка является непротиворечивой семантически полной формальной системой в том смысле, что в ней доказуемы все общезначимые, т.е. истинные во всех интерпретациях, формулы и только они, что собственно и отличает логику от других теорий [240]. Однако, известны примеры перечислимых, но не разрешимых множеств, например, множество самоприменимых алгоритмов [132, с. 221]. Последнее означает, что существуют множества, которые можно задать в виде перечисляющей процедуры, но не существует процедуры, которая позволяет определить принадлежность произвольного элемента этому множеству. Перенос этого результата в логическую теорию понятий означает, что существуют понятия, экстенционалы которых не могут быть заданы на языке исчисления предикатов.

Определение 2.14. *Областью логической интерпретации называется такая область интерпретации, в которой экстенционал произвольного понятия выразим на языке исчисления предикатов.*

Таким образом, семантическую полноту логической теории понятий следует рассматривать относительно не произвольных областей интерпретации, а относительно того

их подмножества, в которых интенционал понятий представим формулами исчисления предикатов. После приведенных выше рассуждений уточним понятие семантической полноты логической теории в виде следующего утверждения.

Утверждение 2.7. *Логическая теория понятий является семантически полной относительно области логической интерпретации.*

Пример 2.23. Рассмотрим понятийную структуру из примера 2.22. Дополним эту структуру формулами исчисления высказываний, выражающими интенционалы соответствующих понятий:

$$\frac{()()}{()}$$

$$\frac{()N_1()}{(N_1)} N_1(E, \{a b c\})$$

$$\frac{()N_2()}{(N_2)} N_2(E, \{d e\})$$

$$\frac{()N_3(N_1 N_2)}{(N_1 N_2)} N_1(E, \{a c\}) \& N_2(E, \{d\}) \vee N_1(E, \{b\}) \& N_2(E, \{e\})$$

$$\frac{(N_1 N_3)N_4()}{(N_1)} N_1(E, \{a\})$$

$$\frac{(N_3)N_5(N_4)}{(N_1)} N_1(E, \{b\})$$

где E – свободная переменная, обозначающая произвольную сущность области интерпретации, а нотация вида $N(E, U)$ обозначает предикат, задающий принадлежность сущности E понятию N , который выполнимым, если $E \in U$.

Из формул примера следует:

- понятие N_1 описано как простое, а его интенционал выражает три сущности a , b и c , составляющие экстенционал этого понятия;
- понятие N_2 является простым и имеет экстенционал, состоящий из сущностей d и e ;
- понятие N_3 интегрирует понятия N_1 , N_2 , образовано на сущностях ad , cd , be и имеет ограниченный экстенционал, т.е. является ассоциацией;
- понятие N_4 является дифференциальным, выражается понятиями N_1 и N_3 , причем такими их сущностями, которые имеют признак N_1 , равный a ;

– понятие N_5 является сложным, образовано как дифференциал понятия N_3 и интеграл понятия N_4 , представляется понятием N_4 и выражается сущностями понятий N_3 , которые имеют признак N_1 , равный b .

В итоге, по формулам, выражающим интенционалы понятий, находим их экстенционалы: $\text{ext } N_1 = \{a b c\}$, $\text{ext } N_2 = \{d e\}$, $\text{ext } N_3 = \{ad cd be\}$, $\text{ext } N_4 = \{a ad\}$, $\text{ext } N_5 = \{be\}$.

В данной понятийной структуре все интенционалы выражены формулами исчисления высказываний, которые не являются противоречиями, следовательно эта понятийная структура синтаксически полна и непротиворечива. Для установления ее семантической полноты требуется расширение области понятийной интерпретации на предметную область, для описания которой эта понятийная структура предназначена. После такого расширения необходимо показать, что в описанной понятийной структуре указаны все понятия области интерпретации, а интенционалы этих понятий выражают соответствующие им множества сущностей. ♦

Заметим, что в примере 2.23 использована частная форма выражения интенционалов понятий, соответствующая исчислению высказываний. В общем случае, в логической теории понятий применима произвольное выражение предикатов, в том числе и в виде формул, содержащих кванторы по свободным и связанным переменным.

Заметим, что логическая теория, хотя и является семантически полной в области логической интерпретации, однако может породить семантически неполные понятийные структуры. Это связано с тем, что, в отличие от исчисления предикатов, работающего с одним понятием – понятием логической истины, которое присуще всем мыслимым «мирам», формальная теория понятий работает со всеми мыслимыми понятиями, а потому требует индивидуального доказательства семантической полноты каждой ее понятийной структуры. Такое доказательство не может быть получено в формальной теории, так как для его осуществления необходимо привлечение содержательных представлений относительно конкретной предметной области.

Таким образом, логическая теория понятий позволяет полно и непротиворечиво описать произвольные предметные области, принадлежащие области логической интерпретации. Причем, в этих описаниях не требуется перечисления всех сущностей, входящих в экстенционалы (а это и невозможно по причине объемности реальных понятий). Разрешающая процедура для экстенционалов понятий задается их интенционалами, выраженными формулами исчисления предикатов. Однако, рассмотренный формализм неприменим для описания достаточно сложных предметных областей, что связано в том числе и с известной проблемой вычислимости областей применимости квантификаторов [245].

Последнее видится следствием низких выразительных качеств языка исчисления предикатов.

2.5.5. Контекстно-свободная теория

Расширим формализм исчисления понятий на относительно произвольную формальную систему, которую будем использовать для выражения интенционалов. Для такого расширения воспользуемся грамматической формой (см. 2.2.4). *Контекстно-свободную теорию понятий* определим как расширение исчисления понятий, выполненное на основе формализма контекстно-свободных грамматик.³⁹

Пример 2.24. Рассмотрим понятийную структуру из примера 2.22, которая дополнена описанием интенционалов понятий, заданных в грамматической форме:

$$\begin{aligned} &()() \text{ 'ac'|'cb'} \\ &()N_1() \text{ 'a'|'a'N}_3 \text{ |'b'N}_1N_1 \\ &()N_2() \text{ 'b'|'b'N}_3 \text{ |'a'N}_2N_2 \\ &()N_3(N_1N_2) \text{ 'b'N}_1 \text{ |'a'N}_2 \text{ |"ab/ba"N}_4 \\ &(N_1N_3)N_4() \text{ 'c'N}_5 \\ &(N_3)N_5(N_4) \text{ N}_4 \text{ "N}_4 \end{aligned}$$

где для выражения пустого понятия заданы две строки: ac и cb , а пустое понятие, заданное в виде пустых одинарных кавычек, применено для выражения экстенционала понятия N_5 . ♦

Следует сказать, что грамматическая форма, по сравнению с логической, предоставляет более выразительные средства, так как позволяет описать интенционалы понятий правилами вывода контекстно-свободной грамматики. В этой связи заметим, что в логической форме принадлежность признаков понятий множеству их допустимых значений выражается в виде высказываний, которые могут быть описаны как один из частных случаев грамматического представления.

Утверждение 2.8. *Контекстно-свободная теория понятий является непротиворечивой.*

Доказательство. Рассмотрим произвольное правило $N \rightarrow \alpha$ порождающей контекстно-свободной грамматики $\langle T, W, P, I \rangle$, где N – нетерминальный знак выражаемо-

³⁹ Известно описание модели понятия регулярными языками [126], где простое понятие представляется перечнем признаков, а сложные понятия образуются путем применения операций алгебры регулярных событий: конкатенации (мультипликации), объединения (альтерации), кратной конкатенации (возведения в степень), итерации. Однако, выразительные возможности такого подхода значительно слабее возможностей, предоставляемых исчислением предикатов и контекстно-свободными грамматиками.

го понятия, α – конечная последовательность термов, терминальных шаблонов и знаков понятий из нетерминального алфавита W , T – терминальный алфавит грамматики, P – множество правил вывода грамматики, I – ее аксиома.

Для доказательства непротиворечивости выражения интенционалов понятий в контекстно-свободной форме отобразим правила вывода грамматики в формулы исчисления предикатов. Для этого зафиксируем некоторый нетерминальный знак N и пронумеруем все правила, его выражающие. Если имеется правило вида $N \rightarrow \gamma$ под номером j , где γ – строка терминальных знаков, то сопоставим этому правилу предикат $N^{(j,1)}(E)$, который определим так: ' $\gamma \rightarrow N^{(j,1)}(E)$ ', а для правила $N \rightarrow N_i$ – предикат $N_i(E) \rightarrow N^{(j,1)}(E)$, где N_i – некоторый нетерминальный знак грамматики, E – сущность предметной области.

В общем случае, когда правило содержит терминальные строки и нетерминальные знаки, пронумеруем их и каждой составляющей такого правила сопоставим соответствующие им предикаты:

– если в правиле под номером j в позиции k находится строка γ , то представим ее предикатом ' $\gamma \rightarrow N^{(j,k)}(E)$;

– если в правиле под номером j в позиции k находится понятие N_i , то выразим это понятие предикатом $N_i(E) \rightarrow N^{(j,k)}(E)$.

Результирующий предикат для понятия N определим следующим образом:

$$\bigvee_{(j) (k)} \rightarrow N^{(j,k)}(E) \rightarrow N(E),$$

где \vee и \rightarrow – знаки логических операций дизъюнкции и импликации.

Повторим описанную процедуру для всех нетерминальных понятий грамматики. В итоге получим описание грамматики в исчислении предикатов первого порядка. Предметная интерпретация такого описания – порождение строк терминальных знаков, выражающих нетерминальные понятия формального языка.

Из непротиворечивости исчисления предикатов заключаем, что грамматическая форма выражения интенционалов непротиворечива, т.е. в контекстно-свободной грамматике невозможно вывести строку, выражающую сущность некоторого понятия, и одновременно показать невыводимость этой строки. ♦

Утверждение 2.9. *Для контекстно-свободной теории понятий существует конструктивная процедура определения синтаксической полноты произвольной понятийной структуры.*

Доказательство. Разрешимость проблемы определения синтаксической полноты понятийной структуры следует из теоремы о разрешимости проблемы пустоты контекст-

но-свободных языков и выявления иррелевантных (не применяемых при выводе) правил [193, с. 65].

Действительно, синтаксическая полнота правил вывода грамматики может быть установлена по процедуре приведения контекстно-свободной грамматики к форме, не содержащей бесполезных нетерминальных знаков [132, с. 308]. Если окажется, что нетерминальный знак N будет исключен из множества нетерминальных знаков грамматики W , а соответствующие ему правила вывода удалены из множества продукций P , то это свидетельствует о неполноте интенционала понятия N .

Таким образом показано, что грамматическая форма имеет конструктивную процедура определения синтаксической полноты понятийных структур. ♦

Пример 2.25. Рассмотрим понятийную структуру из примера 2.24. По описанию понятийной структуры и интенционалов понятий построим контекстно-свободную грамматику, с учетом того, что каждое понятие-дифференциал также может быть выражено дифференцируемым понятием, а все нетерминальные знаки достижимы,⁴⁰ так как могут быть использованы для выражения соответствующих им понятий. В итоге имеем $G = \langle T, W, P, I \rangle$, где $T = \{a b c\}$, $W = \{N_0 N_1 N_2 N_3 N_4 N_5 I\}$, N_0 – пустое понятие,

$$P = \begin{cases} N_0 \rightarrow ac \mid cb, \\ N_1 \rightarrow a \mid aN_3 \mid bN_1N_1, \\ N_2 \rightarrow b \mid bN_3 \mid aN_2N_2, \\ N_3 \rightarrow aN_1 \mid aN_2 \mid abN_4 \mid baN_4, \\ N_4 \rightarrow cN_5 \mid N_1 \mid N_3, \\ N_5 \rightarrow N_4N_4 \mid N_4N_0N_4 \mid N_3, \\ I \rightarrow N_0 \mid N_1 \mid N_2 \mid N_3 \mid N_4 \mid N_5. \end{cases}$$

Так как все нетерминальные знаки достижимы из аксиомы, для приведения грамматики осталось выявить производящие нетерминальные знаки.⁴¹ Последнее делается по следующей рекуррентной процедуре.

Начальное приближение множества производящих знаков Q зададим из тех нетерминальных знаков, которые непосредственно порождают терминальные строки, $Q = \{N_1 N_2\}$. Каждое следующее приближение будем строить путем просмотра множества продукций, предполагая, что нетерминальные знаки из множества Q порождают терми-

⁴⁰ В теории формальных грамматик *достижимым*, или выводимым, называется такой нетерминальный знак N , для которого существует вывод $I \Rightarrow \alpha N \beta$, где α и β – некоторые строки в объединенном алфавите терминальных и нетерминальных знаков, возможно пустые.

⁴¹ Нетерминальный знак N называется *производящим*, если существует вывод $N \Rightarrow \gamma$, где γ – строка в терминальном алфавите, возможно пустая.

нальные строки. Завершается процедура, когда множество Q на очередной итерации осталось неизменным.

В итоге получаем $Q = \{N_0 N_1 N_2 N_3 N_4 N_5 I\}$, т.е. все нетерминальные знаки грамматики производящие, а значит и их интенционалы синтаксически полны.⁴² ♦

Утверждение 2.10. *Контекстно-свободная теория понятий является синтаксически полной.*

Доказательство. Для доказательства синтаксической полноты предположим, что существует выводимая в контекстно-свободной теории понятий понятийная структура S , которая не имеет области интерпретации. Это возможно только, если в понятийной структуре S имеется противоречие, делающее ее неприменимой, или одно из ее понятий имеет пустой экстенционал. Однако, в соответствии с утверждением 2.8 контекстно-свободная теория является непротиворечивой, следовательно непротиворечива и понятийная структура S .

Для запрета появления понятий, имеющих пустой экстенционал, правила вывода контекстно-свободной теории дополняются проверкой на непустоту подязыка, описываемого каждым ее понятием. Такая проверка может быть осуществлена, так как для контекстно-свободных грамматик разрешима проблема определения пустоты языка (см. утверждение 2.9).

Таким образом, существует область интерпретации M , соответствующая понятийной структуре S . Получаем противоречие, которое доказывает синтаксическую полноту контекстно-свободной теории. ♦

Для исследования семантических свойств контекстной теории введем понятие бесконтекстной области интерпретации.

Определение 2.15. *Областью бесконтекстной интерпретации называется такая область интерпретации, в которой экстенционал произвольного понятия выразим на контекстно-свободном формальном языке.*

Утверждение 2.11. *Контекстно-свободная теория понятий является семантически полной относительно бесконтекстной области интерпретации.*

Доказательство. Для доказательства семантической полноты контекстно-свободной теории понятий предположим, что существует область интерпретации M , не имеющая понятийной структуры, выводимой в контекстно-свободной теории. Однако, из утверждения 2.5 о семантической полноте исчисления понятий следует, что для области

⁴² Если не все нетерминальные знаки окажутся производящими, то делается вывод о неполноте интенционалов тех понятий, которые не принадлежат множеству Q .

M в исчислении понятий выводима понятийная структура S , включающая все понятия этой области. В силу предположения об отсутствии вывода понятийной структуры S в контекстно-свободной теории, необходимо принять, что в понятийной структуре S существуют понятия, экстенсионалы которых несравнимы с соответствующими множествами сущностей области интерпретации M .

Так как понятийная структура S содержит все понятия области интерпретации M , то несоответствие S области M определяется интенционалами понятий, т.е. грамматическая форма по какой-то причине оказалась несостоятельной для выражения экстенсионалов. Однако, мы предположили, что формализма контекстно-свободных грамматик достаточно для выражения любого экстенсионала.⁴³ Получили противоречие, которое доказывает семантическую полноту контекстно-свободной теории. ♦

Заметим, что контекстно-свободная теория является семантически полной при бесконтекстной интерпретации понятий. Однако, существуют области интерпретации, в которых понятия выражаются не абсолютно, а с учетом некоторого окружающего их контекста, т.е. одна и та же терминальная строка в одном случае выражает одно понятие, а в другом случае (в другом контексте) – другое.

2.5.6. Контекстная теория понятий

Рассмотрим исчисление понятий, в котором для выражения интенционалов используется формализм контекстных грамматик. Получаемую в результате теорию будем называть *контекстной теорией понятий*.

Контекстной грамматикой называется формальная система $\langle T, W, P, I \rangle$, образованная конечными множествами терминальных T и нетерминальных знаков W , множеством правил вывода P вида $\alpha N \beta \rightarrow \alpha \omega \beta$ и начальным нетерминальным знаком I , с которого начинается любой вывод в грамматике, где N – нетерминальный знак, α β и $\omega \neq e$ – конечные последовательности знаков терминального и нетерминального алфавитов, e – пустая строка.

В связи с контекстной интерпретацией понятий необходимо предусмотреть некоторую форму для задания контекстов, которая была бы совместима с формализмом поня-

⁴³ Контекстно-свободная теория понятий основана на предположении, что множества строк, выражающее сущности понятий, представимы контекстно-свободными грамматиками, т.е. интерпретация понятий не зависит от контекста их использования. Однако, для понятий известны примеры контекстной интерпретации. Как будет показано далее (см. утверждение 2.13 на с. 119), для сохранения синтаксической полноты и непротиворечивости рассматриваемой теории, такое предположение является необходимым. В противном случае теория понятий становится либо неполной, либо неполной и противоречивой. Таким образом, контекстно-свободная теория понятий является полной только для бесконтекстных областей интерпретации, т.е. для таких предметных областей, которые описываются понятиями, не имеющими условной (контекстной) применимости.

итой структуры и принятым способом выражения интенсиналов. Покажем, что произвольная контекстная грамматика может быть задана в контекстно-свободной форме, если каждое вхождение нетерминальных знаков в правые части правил грамматики сопровождается контекстом его применения.⁴⁴

Утверждение 2.12. *Для произвольной контекстной грамматики существует эквивалентная ей грамматика, левые части правил вывода которой состоят только из одного нетерминального знака, а каждое вхождение нетерминального знака в правые части правил сопровождается указанием на его левый и правый контекст.*

Доказательство. Пусть задана контекстная грамматика $G = \langle T, W, P, I \rangle$ с правилами вывода вида $\alpha N \beta \rightarrow \alpha \omega \beta$. Построим грамматику $G' = \langle T, W, P', I \rangle$, правила вывода которой имеют вид $N \rightarrow \omega$, где каждое вхождение нетерминального знака $N \in W$ задано с левым и правым контекстом, $[\alpha]N[\beta]$. Покажем, что $L(G) = L(G')$, т.е. вывод строки γ в грамматике G существует тогда и только тогда, когда существует вывод этой строки в грамматике G' .

Построим P' следующим образом. В качестве начального приближения множества P' выберем множество правил, состоящее из правил вида $N_i \rightarrow \omega$, полученных из правил $\alpha N \beta \rightarrow \alpha \omega \beta$, принадлежащих P , путем удаления контекстов.

Последовательно, для всех нетерминальных знаков $N_i, N_i \in W$ ($i = \overline{1, n}$), заменим каждое правило в P' , содержащее одно вхождение N_i в правые части правил, имеющих вид $N_j \rightarrow \gamma N_i \delta$, на множество правил вида $N_j \rightarrow \gamma [\alpha_k] N_i [\beta_k] \delta$ ($k = \overline{1, m}$), количество которых равно числу правил вывода m этого нетерминального знака N_i , определяемое из P , где α_k и β_k соответственно k -ый левый и правый контекст N_i из правила под номером k , γ и δ – некоторые строки в объединенном алфавите грамматики, возможно содержащие бесконтекстное (незамененное) вхождение N_i .

Повторяем замену до тех пор, пока в P' содержатся бесконтекстные вхождения нетерминальных знаков в правые части правил. Так как число продукций и число нетерминальных знаков конечно, процедура завершит свою работу через конечное число шагов.

Из построения следует, что для любого вывода строки γ в грамматике G' существует вывод строки γ в грамматике G . Верно и обратное. Следовательно, грамматики G и G' эквивалентны, так как порождают один и тот же язык. ♦

⁴⁴ Содержательное обоснование этого факта в контекстной технологии обработки данных см. в 4.2.8 на с. 180.

Пример 2.26. Пусть задана контекстная грамматика $G = \langle T, W, P, I \rangle$, у которой $T = \{a, b\}$, $W = \{A, B, I\}$, $P = \{I \rightarrow aBa, bAa \rightarrow baa \mid bBaa, Ba \rightarrow ba \mid bAa\}$. Построим эквивалентную ей грамматику $G' = \langle T, W, P', I \rangle$, правила вывода которой имеют вид $N \rightarrow \omega$, где каждое вхождение нетерминальных знаков в ω сопровождается контекстом.

Начальное приближение P' равно $\{I \rightarrow aBa, A \rightarrow a \mid Ba, B \rightarrow b \mid bA\}$. Выберем знак A и заменим каждое правило с этим знаком на множество правил по числу контекстов этого знака в P . После замены имеем

$$P' = \{I \rightarrow aBa, A \rightarrow a \mid Ba, B \rightarrow b \mid b[b]A[a]\}.$$

Повторяя замену до тех пор, пока имеются бесконтекстные вхождения нетерминальных знаков в P' , получим

$$P' = \{I \rightarrow a[[]B[a]a, A \rightarrow a \mid [[]B[a]a, B \rightarrow b \mid b[b]A[a]\}.$$

Для вывода $I \rightarrow aBa \rightarrow abAa \rightarrow abaa$ в грамматике G построим соответствующий ему вывод в грамматике G' : $I \rightarrow a[[]B[a]a \rightarrow ab[b]A[a]a \rightarrow abaa$. ♦

Таким образом, каждый нетерминальный знак правила вывода контекстной грамматики слева и справа будем сопровождать квадратными скобками, внутри которых задавать соответственно левый и правый контекст. В случае, если понятие не имеет левого (правого) контекста, квадратные скобки будем опускать или, при неоднозначности сопоставления скобок нетерминальным знакам, задавать пустыми квадратными скобками.

Например, в правиле $N_1 \rightarrow \gamma[\alpha]N_2[\beta]\delta$ понятие N_1 выражается через понятие N_2 с левым контекстом α_2 и правым контекстом β_2 . Указанный контекст понятия N_2 означает, что суффикс последовательности терминальных и нетерминальных знаков $\alpha_1\gamma$ выражается как α_2 , а префикс последовательности терминальных и нетерминальных знаков $\delta\beta_1$ – как β_2 , где α_1 и β_1 – соответственно левый и правый контекст, в котором выражено понятие N_1 .

Пример 2.27. Рассмотрим понятийную структуру из примера 2.22, которую дополним описанием интенционала понятия N_5 , заданное в контекстной форме:

$$\begin{aligned} &()() 'ac'|'cb' \\ &()N_1() 'a'|'a'N_3|'b'N_1N_1 \\ &()N_2() 'b'|'b'N_3|'a'N_2N_2 \\ &()N_3(N_1N_2) 'b'N_1|'a'N_2|'"ab/ba" N_4 \\ &(N_1N_3)N_4() 'c'N_5 \\ &(N_3)N_5(N_4) N_4|'c'|N_4[] \end{aligned}$$

где для выражения понятия N_5 используется контекстное правило, в соответствии с которым понятие N_4 имеет только левый контекст, равный c . Последнее означает, что для выражения пустого понятия, предшествующего понятию N_4 , может быть использована только строка ac . ♦

Утверждение 2.13. Контекстная теория понятий непротиворечива и синтаксически неполна.

Доказательство. Так как нам удалось контекстные правила выражения интенционалов понятий представить в контекстно-свободной форме, т.е. для описания интенционалов используются только позитивные формы выражения сущностей понятий (определяем только то, что понятию принадлежит),⁴⁵ то противоречий при выводе формул возникать не может. Это означает, что невозможно описать сущность, которая принадлежит и одновременно не принадлежит одному и тому же понятию, так как описываются только принадлежащие понятию сущности.

Для доказательства синтаксической полноты контекстной теории необходимо показать, что для каждой выводимой в этой теории формулы существует область интерпретации. Так как контекстная теория оказалась непротиворечивой, то, по аналогии с доказательством теоремы о синтаксической полноте контекстно-свободной теории (теорема 2.10), можно было бы заключить, что контекстная теория понятий является синтаксически полной.

Однако, в противоположность контекстно-свободной теории, в контекстной теории определение синтаксической полноты отдельной формулы, сводимое к проверке непустоты экстенционалов ее понятий, является неразрешимой задачей. Это следует из неразрешимости проблемы определения пустоты языков, порожденных контекстными грамматиками [132, с. 331]. Последнее приводит к невозможности универсальными средствами установления полноты формул, получаемых при выводе в контекстной теории.

Таким образом, контекстная теория понятий является синтаксически неполной. т.к. не существует конструктивных средств, запрещающих появление при выводе формул, не имеющих области интерпретации. ♦

Заметим, что класс языков, порождаемый контекстными грамматиками, является разрешимым [132, с. 298]. Следовательно, для каждой конкретной формулы контекстной

⁴⁵ В исчислении предикатов показано, что позитивно-образованные формулы являются более выразительным и эффективным средством представления и обработки знаний, чем используемые в современных интеллектуальных системах логического типа языки хорновских дизъюнктов. Такие формулы представляются линейной цепочкой типовых кванторов с некоторым заключительным утверждением безкванторного типа. Последнее позволяет строить более эффективные процедуры логического вывода [34].

теории может существовать доказательство ее полноты или неполноты, но построение такого доказательства нельзя автоматизировать. Если такое доказательство и существует, то осуществляется всякий раз по-разному, с учетом вида правил вывода конкретной исследуемой грамматики.

Теперь, по аналогии с логической и контекстно-свободной теориями, введем определение области контекстной интерпретации.

Определение 2.16. *Областью контекстной интерпретации называется область интерпретации, в которой экстенционал произвольного понятия выразим на контекстно-зависимом формальном языке.*

Утверждение 2.14. *Контекстная теория понятий является семантически полной относительно контекстной области интерпретации.*

Доказательство. Так как мы заведомо ограничили класс областей интерпретации областью контекстной интерпретации понятий, то по аналогии с доказательством утверждения о семантической полноте контекстно-свободной теории заключаем, что контекстная теория является семантически полной относительно этой области. ♦

Следует указать на одно немаловажное открывшееся обстоятельство. Так как все выводимые в контекстной теории формулы непротиворечивы, а множество выводимых формул покрывает область контекстной интерпретации, что следует из ее семантической полноты, то можно говорить о синтаксической полноте контекстной теории *в слабом смысле*, предусматривающей индивидуальное доказательство синтаксической полноты каждой выведенной в этой теории формулы.

Заметим также, что в отличие от рассмотренных ранее теорий, в контекстной теории понятий возможно появление семантических неоднозначностей, связанное со сложной структурой правил грамматики, делающих невозможной непосредственную (содержательную) проверку выполнимости формул в заданной предметной области.

Однако, контекстная теория имеет средства для определения семантической содержательности своих формул, так как для любых семантически несовместимых строк, выражающих то или иное понятие, может быть установлена их выводимость. Последнее следует из разрешимости неукорачивающих языков и эквивалентности класса языков, порождаемых некорачивающими грамматиками, классу контекстных языков [132, с. 298].

Утверждение 2.15. *Других непротиворечивых (синтаксически полных) формальных теорий понятий не существует.*

Доказательство. Возможности дальнейшего наращивания выразительных качеств формализма для описания интенционалов понятий ограничиваются неразрешимостью

языков, порожденных произвольными грамматиками [132, с. 299].⁴⁶ Последнее приводит к невозможности универсальными конструктивными средствами установления непротиворечивости (синтаксической полноты) формул, что свидетельствует о потенциальной противоречивости (синтаксической неполноте) таких теорий. ♦

Таким образом, контекстно-свободную теорию понятий можно назвать *частной*, так как она является полной и применима к описанию только некоторого подмножества областей интерпретации, названных бесконтекстными. В свою очередь, контекстную теорию понятий, применимую для описания более широкого класса областей – областей контекстной интерпретации, следует назвать *общей*, так как она является самой выразительной из всех непротиворечивых теорий, однако требует поиска индивидуального доказательства синтаксической полноты каждой выводимой формулы.

В заключении укажем отношения между областями интерпретации, в которых различные теории понятий являются семантически полными или, иными словами, для каких областей интерпретации эти теории предназначены. Эти отношения непосредственно следуют из отношений классов языков, порождаемых грамматиками различных типов. Самым обширным классом является класс предметных областей, содержащий контекстную область интерпретации (рис. 2.11). Этому классу принадлежит, но с ним не совпадает, класс предметных областей бесконтекстной интерпретации. В свою очередь, предметные области с логической интерпретацией образуют класс, который включен в класс бесконтекстных областей. Последнее следует из того, что исчисление предикатов описывается одной из контекстно-свободных грамматик (см. рис. П2.1 на с. 329).

⁴⁶ Следует заметить, что класс произвольных языков является классом перечислимых, но неразрешимых языков, у которых перечисляющая процедура задается правилами вывода произвольной грамматики. Для таких языков характерно *полносвязное* выражение свойств предметной области, которое не обладает свойством композиционности (см. с. 55). В этом случае становится невозможным независимая (контекстно-свободная) или даже условная (контекстно-зависимая) интерпретация фрагментов текста, так как такое описание эквивалентно порождению произвольной строки-смысла и ее заданные, возможно даже семантически неэквивалентные, изменения (трансформации). По этой причине такие грамматики иногда называются трансформационными [271]. Однако, существует более чем счетное множество языков, которые не могут быть отнесены даже к этому классу. Для таких языков, называемых *неперечислимыми*, говорить о существовании конструктивных средств их порождения (распознавания) не представляется возможным в принципе. Следовательно, неперечислимые языки также не могут быть использованы в формальной теории понятий, впрочем, как и в любой другой теории, претендующей на конечность описания предметной области.

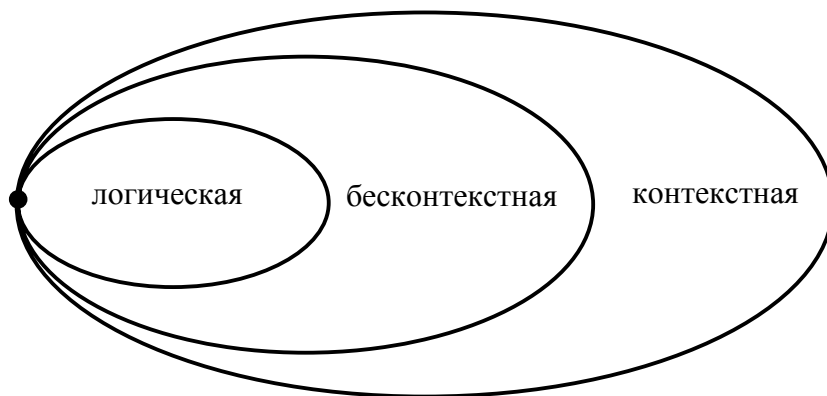


Рис. 2.11. Области интерпретации формальной теории понятий

2.6. Сравнительный анализ формализма

В настоящем параграфе рассмотрены известные формы спецификации результатов концептуального анализа предметной области и приведен их сравнительный анализ с формальной теорией понятий, рассматриваемой как исчисление понятийных структур.⁴⁷

2.6.1. Семантические сети

Семантические сети получили свое развитие в рамках научного направления, связанного с представлением знаний для моделирования рассуждений. Эта область исследований была ориентирована на разработку специальных языков и графических средств для представления декларативных знаний о предметной области. Результаты исследований семантических сетей в последующем были конкретизированы и успешно использованы при построении концептуальных моделей и схем реляционных баз данных.

Семантические сети появились как средство моделирования процесса ассоциирования понятий и иерархической организации знаний [319, 255]. Графы оказались хорошим средством для формализации ассоционистских теорий за счет точного представления отношений между понятиями посредством дуг и узлов. Вывод новых знаний в семантической сети делается путем прослеживания связей между понятиями.

В общем случае под семантической сетью S понимается двойка [144]

$$S = \langle O, R \rangle,$$

где O – множество объектов предметной области (понятия и факты); R – множество отношений (ассоциации) между объектами.

Например, для формализации взаимосвязи понятий Г.С. Цейтин [221] предложил использование ассоциативных сетей. Ассоциативные сети содержат узлы, выражающие

⁴⁷ Анализ формальной теории понятий с позиций ее выразительных качеств по описанию интенционалов понятий будет дан в 4.3 на с. 183.

некоторые сущности (соответствующие объектам в тексте или во внешнем мире), и направленные дуги, соединяющие эти узлы. Содержимым узла может являться число, строка символов, процедура или конечное множество других узлов. Дуги именованы, и имена всех дуг, покидающих данный узел, должны быть различны, чаще всего они предназначены для обозначения семантических ролей.

Фреймы в этой модели представлялись в виде ассоциативной подсети, один узел которой обозначен как входной для фрейма. Порождение нового фрейма из его прототипа трактуется как копирование участка семантической сети. Важной операцией над сетью является слияние двух узлов: дуги с одинаковыми именами при этой операции сливаются.

Несмотря на то, что в семантических сетях использовано иерархическое наследование и вывод на основе ассоциативных связей, они не позволили преодолеть сложность многих проблемных областей. Одна из причин этого – ограниченность связей между понятиями как основного выразительного средства описания семантики предметной области. Большая часть связей реальных семантических сетей представляла общие ассоциации между понятиями и не обеспечивала реальной основы для структурирования семантических отношений [148].

2.6.2. Исчисление предикатов

Те же проблемы, которые имели место в семантических сетях при представлении взаимосвязи понятий, возникли и в исчислении предикатов (описание исчисления приведено в Приложении 4).

Само по себе исчисление предикатов имеет мало преимуществ перед семантическими сетями [148]. Во-первых, этот формализм слишком общий и переносит бремя борьбы со сложностью на программиста, во-вторых, отсутствуют выразительные средства для представления наследования и ассоциации понятий.

На подмножестве хорновских дизъюнктов логики предикатов основана модель логической программы в языке Пролог, где имеются встроенные механизм логического вывода с поиском и возвратом и механизм сопоставления с образцом. Язык Пролог является декларативным языком запросов, позволяющим формулировать сложные запросы в терминах переходов и состояний [256].

Особую трудность при использовании языка вызывает сокращение размерности достижимого пространства состояний, для чего решается нетривиальная задача определения ограничительных условий. Ограничения могут быть наложены как на область допустимых значений отдельных переменных, так и на различные комбинации значений предметных переменных. Другим недостатком языка являются большие требования в отноше-

нии вычислительных ресурсов, что связано с его универсальностью и декларативной природой конструкций.

Иными словами, между языком логического программирования, реализующим исчисление предикатов, и содержательными формулировками относительно предметной области существует трудно преодолимый семантический разрыв.

2.6.3. Теория концептуальной зависимости

Большинство последних работ по семантическим сетям посвящено ограничению типов связей между понятиями путем их стандартизации. Например, в теории концептуальной зависимости Р. Шенка и К. Ригера [317] число базовых примитивов, на основе которых определяется сеть, сокращено до четырех: действия, объекты, модификаторы действий и модификаторы объектов. В свою очередь сами примитивы рассматриваются как имеющие фиксированное число своих проявлений. Так для действий выделено всего 12 компонентов, которые могут использоваться для определения концептуальной зависимости.

Отношение концептуальной зависимости – это концептуальные синтаксические правила, которые выражают семантические связи между понятиями языка, предназначенного для того, чтобы помочь в реализации рассуждений. В рамках теории эти отношения считаются простейшими семантическими категориями, на основе которых могут быть выражены более сложный смысл. Через выделенные базовые концептуальные зависимости предпринята попытка моделирования внутреннего (глубинного) представления предложений на английском языке. Каноническое представление сети, при котором между понятиями задаются только специфицированные зависимости, использовалось:

- для устранения проблем, связанных с двусмысленностью;
- для введения семантической метрики, позволяющей отождествлять высказывания, имеющие один и тот же смысл, так как их внутренние представления синтаксически идентичны;
- для упрощения выводов, необходимых для понимания предметной области;
- для уменьшения числа операций при работе с сетью.

Однако подход, связанный с ограничением числа видов связей между узлами не позволяет выразить более тонкие понятия, играющие важную роль в предметной области. Высказывались также критические замечания по поводу вычислительной сложности преобразования предложений в набор примитивов низкого уровня [348].

Таким образом, в отличие от теории концептуальных зависимостей, понятийная структура определена не множеством отношений между понятиями, которые несут различную семантическую нагрузку, специфицированную конечным множеством примити-

вов, а задается четырьмя видами отображений, единственное назначение которых – показать способы абстрагирования понятий.

2.6.4. Концептуальный вывод

Некоторое обобщение теории концептуальной зависимости можно найти в работе Г.С. Плесневича [179], где рассмотрена теория силлогистик для семантических сетей. Суть подхода заключается в том, что рассматриваются произвольные семантические сети с конечным множеством типов бинарных отношений между узлами-понятиями. Путем исследования свойств этих бинарных отношений выявляются состоятельные схемы транзитивного вывода (силлогистики), состоящие из двух исходных высказываний (отношений между тремя узлами сети), и третьего высказывания, являющегося следствием первых двух. Для установления истинности высказываний задается их предметная интерпретация. На основе выявленной силлогистики для каждого множества типов отношений строится формальная теория, которая исследуется на дедуктивную полноту и замкнутость. Для пояснения предлагаемого подхода рассмотрена силлогистика Аристотеля, силлогистика с бинарными отношениями логики первого порядка и силлогистика интервальной логики.

Заметим, что описанный выше подход к концептуальному моделированию неприменим к понятийной структуре по следующим причинам:

- используемый формализм понятий и их взаимосвязи основан не на бинарных отношениях между понятиями, а на отображениях одних понятий в другие различной местности;

- отображения понятий являются предельно независимыми и не допускают установление силлогистик – формальных схем вывода, призванных установить новые отображения на основе анализа существующих.

Заметим, что понятийный анализ в рассматриваемой нами постановке не требует осуществления вывода на понятийной структуре, т.к. основным назначением понятийной структуры является выражение способов абстрагирования понятий, а не синтез формул для предметной интерпретации.

2.6.5. Формальный анализ понятий

Современные технологии инженерии знаний не предлагают систематической процедуры, позволяющей вывести концептуальную схему предметной области из доступных о ней данных. Некоторый конструктивный подход для решения этой задачи просматривается в теории формального анализа понятий (Formal Concept Analysis) [346].

Суть подхода заключается в следующем. Формальное понятие (концепт) представляется как двойка <объем, содержание>, где объем – некоторое множество объектов

предметной области, содержание – множество свойств, которыми обладают все эти объекты. Для выявления понятий составляется формальный контекст для соответствующего фрагмента предметной области, который представляется как бинарная таблица <объект, свойство>. Множество получаемых формальных понятий упорядочено отношением частичного порядка и образует полную решетку концептов.

Формальный аппарат теории основан на рассмотрении множеств объектов O и признаков P , на которых определено отношение $R \subseteq O \times P$, такое, что oRp , где $o \in O$, $p \in P$, тогда и только тогда, когда p есть признак объекта o .

Тройка $K = \langle O, P, R \rangle$ называется формальным контекстом. Формальный контекст представим в виде бинарной матрицы, строки которой помечены именами объектов, а столбцы – значениями признаков.

Определение формального понятия осуществляется на основе соответствия Галуа: для произвольных подмножеств $\text{Ext } C \subseteq O$ и $\text{Int } C \subseteq P$, таких что

$$\begin{cases} \text{Int } C = \{p \in P \mid oRp \text{ для всех } o \in \text{Ext } C\}; \\ \text{Ext } C = \{o \in O \mid oRp \text{ для всех } p \in \text{Int } C\}, \end{cases}$$

упорядоченная пара $C = (\text{Ext } C, \text{Int } C)$ объявляется формальным понятием C контекста K , а $\text{Ext } C$ и $\text{Int } C$ рассматриваются соответственно как экстенционал (объем) и интенционал (содержание) этого понятия. Каждый объект $o \in \text{Ext } C$ обладает всеми признаками из подмножества $\text{Int } C$. Таким образом, формальное понятие – это множество объектов из данной предметной области, каждый из которых обладает всеми признаками из некоторого подмножества свойств, присущих этим объектам.

Показывается, что множество всех понятий формального контекста K образует решетку $L(K)$:

– множество понятий является частично упорядоченным, т.е. для любых формальных понятий $C_1 = \langle \text{Ext } C_1, \text{Int } C_1 \rangle$ и $C_2 = \langle \text{Ext } C_2, \text{Int } C_2 \rangle$, $C_1 \geq C_2$, если $\text{Ext } C_1 \supseteq \text{Ext } C_2$ и $\text{Int } C_1 \subseteq \text{Int } C_2$;

– для любых двух понятий C_1 и C_2 определены операции $C_1 \wedge C_2 = C_\wedge$ и $C_1 \vee C_2 = C_\vee$, где

$$C_\wedge = \langle \text{Ext } C_\wedge, \text{Int } C_\wedge \rangle, \text{Ext } C_\wedge = \text{Ext } C_1 \cap \text{Ext } C_2, \text{Int } C_\wedge = \text{Int } C_1 \cup \text{Int } C_2;$$

$$C_\vee = \langle \text{Ext } C_\vee, \text{Int } C_\vee \rangle, \text{Ext } C_\vee = \text{Ext } C_1 \cup \text{Ext } C_2, \text{Int } C_\vee = \text{Int } C_1 \cap \text{Int } C_2.$$

Большинство работ по формальному анализу понятий ограничиваются адаптацией результатов математической теории для построения таксономической модели предметной области, в меньшей степени исследуются вопросы объективного формирования самих

контекстов и совсем не рассматривается проблема описания структурных отношений между объектами.

По этой причине С.В. Смирнов [197] предпринял попытку вычисления (конструирования) онтологии предметной области. На основе анализа экспериментальных данных создается объектно-признаковая модель $\langle O, P, R \rangle$, которая является контекстом K в терминологии формального анализа понятий, и, по утверждению автора, потенциально выражает:

- классификацию, воплощенную в определении состава множества объектов O ;
- агрегирование как приписывание объекту некоторого множества признаков и задаваемое отношением R ;
- ассоциацию, задаваемую семантической нагрузкой подмножества признаков P , которое составлено валентностями, определяемыми как способность объектов вступать в различные взаимосвязи.

В свою очередь, обобщение выявляется средствами формального анализа понятий и выражается отношением частичного порядка, заданного на решетке $L(K)$: понятие C_1 является обобщением понятия C_2 , если $C_1 \geq C_2$.

Однако, несмотря на присутствие в формальном анализе понятий некоторых проявлений четырех основных видов абстракции, развитыми можно назвать только средства для выражения обобщения, а средства для выражения ассоциативных связей между понятиями не задаются. Другая особенность теории – отсутствие возможности как априорной, так и апостериорной содержательной интерпретации выявленных понятий, что приводит к серьезным проблемам описания их семантики. И, наконец, усматривается практическая невозможность использования формального анализа понятий для решения прикладных задач большой размерности, что связано с необозримостью таблицы, задающей формальный контекст.

Заметим, что в понятийной структуре имеется возможность явного задания всех четырех форм абстрагирования понятий, в то время как при формальном анализе используется решетка, явно выражающая только обобщение.

2.6.6. Концептуальные графы

Одним из наиболее известных средств языкового представления знания является формализм концептуальных графов, предложенный Дж. Сова [325]. Целью разработки этого формализма, наследующего идеи Ч. Пирса о реляционных графах [178], послужило стремление построить механизм, объединяющий мощь выразительной силы естественного языка и возможности символической логики. В цели входило также стремление

обеспечить возможность для реализации зарекомендовавших себя формализмов, основанных на семантических сетях.

По своей идеологии формализм концептуальных графов разрабатывался как средство представления высказываний на естественном языке [326]. По этой причине в рамках данной теории обсуждаются такие вопросы, как представление синтаксических и семантических структур естественных языков, структуры дискурса, видовременных признаков, лексического выбора, темо-рематических отношений, контекста, метафоры и аналогий [231].

Концептуальный граф является двудольным графом, состоящим из вершин двух типов: понятий (конкретных и абстрактных) и концептуальных отношений, связывающих понятия и обозначаемых словами естественного языка.

Каждое понятие в графе представляет уникальный экземпляр конкретного типа и снабжается меткой типа, определяющей класс или тип экземпляра, представленного этим узлом. Вторая часть описателя понятия задает ссылку на объект, относящийся к данному типу. Ссылка задается либо индивидуально, либо для всех экземпляров в целом. Если для объекта ссылки используется маркер экземпляра (индексный референт #), понятие является конкретным, а если общий маркер (корреферентная связь *) – понятие считается родовым. Дополнительно в нотации имеется возможность представления лямбда выражений (оператор λ), расширяющих концептуальный граф на формулу лямбда-исчисления. Вводится также оператор ϕ , который отображает построенный граф на формулу исчисления предикатов.

В теории концептуальных графов используется понятие высказывания, или пропозиции, объектом ссылки которого является множество концептуальных графов. Пропозиционные понятия изображаются прямоугольником, содержащим другой концептуальный граф, и используются для представления знаний о высказываниях. Для этого прямоугольники пропозиционных понятий соединяются с узлами концептуальных отношений, помеченных словами для выражения модальности и доверия, например, «верится», «возможно», «вероятно», «обязательно» и т.д. Такое концептуальное отношение называется контекстом. Использование контекстов, задаваемых в виде графа, который содержит вложенный в него подграф, позволяет представлять вложенные утверждения и ограничивать область действия пропозиций.

Для описания концептуальных графов на языке предикатов формализм был дополнен унарной операцией отрицания, выражаемой в виде специального контекста, операндом которой является пропозиционное понятие. Явных средств для представления дизъюнкции в формализме нет – дизъюнктивная связь пропозиций выражается через конъ-

юнкцию и отрицание на основе правил логики. Аналогично выражается квантор всеобщности, исходя из предположения, что родовые понятия связаны квантором существования.

Хотя концептуальные графы можно описать в синтаксисе исчисления предикатов, поддерживает ряд специальных механизмов формирования осмысленных (правдоподобных) высказываний путем создания новых графов на основе существующих, а именно: копированием, ограничением, объединением и упрощением. Эти механизмы позволяют генерировать новый граф путем либо специализации, либо обобщения существующего графа. Однако, такие операции не являются правилами вывода и не гарантируют, что из истинных графов будут получены истинные графы.

Таким образом, каждый концептуальный граф представляет собой одно высказывание, а база знаний состоит из ряда таких графов. Для представления второго базового механизма структурирования знаний – обобщения понятий – в теории концептуальных графов используется иерархия типов, которая является решеткой, описывающую общий вид множественного наследования [327]. Однако, иерархия типов задается отдельно от концептуальных графов, которые выражают ассоциативные связи между понятиями конкретного высказывания. Более того, эта иерархия представляется как некоторая статическая структура, в то время как ассоциативные связи задаются динамически для каждого концептуального графа.

Последнее приводит к проблемам, связанным с проверкой базы знаний на противоречивость, так как в рамках формализма могут существовать графы, выражающие взаимоисключающие представления о семантике одних и тех же понятий-ассоциаций, задаваемых концептуальными отношениями.

В итоге имеем, что понятийная структура, в отличие от концептуальных графов, позволяет на одной диаграмме выразить как обобщение, так и ассоциацию понятий. Более того, имеется возможность рассматривать ассоциации как отдельные понятия, на которых задавать другие понятия, в том числе и через их обобщение.

2.6.7. Модель «сущность-связь»

ER-модель (Entity Relationship) как концептуальная структура для инфологического проектирования баз данных предложена П. Ченом [223]. Ее развитие и совершенствование, связанное, в основном, с введением специализации, привело к появлению EER-модели (Extended Entity Relationship) [249], наиболее полное описание которой можно найти в коллективной работе [259].

Основными конструктивными элементами EER-моделей являются сущности, связи между ними и их свойства (простые и составные атрибуты). Сущность – любой различимый объект, причем отдельно выделяется тип сущности и экземпляр сущности. Тип сущ-

ности выражает набор однородных сущностей, выступающих как целое. Экземпляр сущности является конкретной сущностью. Атрибут – именованная характеристика сущности. Имя атрибута уникально внутри типа, но может быть одинаковым для различных типов. Абсолютное различие между типами и атрибутами отсутствует. Атрибут является таким только внутри типа. В другом контексте атрибут может выступать как отдельная сущность или самостоятельный тип. Ключ – минимальный набор атрибутов, по значениям которых можно однозначно найти требуемый экземпляр сущности внутри типа. Минимальность означает, что исключение из набора любого атрибута не позволяет идентифицировать сущность по оставшимся.

Связи рассматривается как соединение двух или более сущностей и относятся к одному из трех видов:

- агрегация – для выражения связей типа «часть» (part-of) и «свойство» (property-of);
- ассоциация (группировка) – для построения множеств объектов из существующих типов;
- обобщение-специализация – для представления подмножеств или отношений типа «есть экземпляр» (is-a).

Недостатком рассматриваемого формализма является семантическая атомарность ассоциативных связей, являющаяся следствием различимости двух и более одноименных ассоциаций, связывающих различные типы или сущности. Это приводит к ограничению выразительных качеств модели по причине невозможности использования ассоциаций как полноправных понятий (типов). Другой недостаток модели – невозможность выражения абстракции типизации, кроме как путем объединением однотипных сущностей в понятие-тип и задания ключа для идентификации сущностей внутри этого понятия.

Перечисленные недостатки отсутствуют в формализме понятийных структур. Более того, в EER-моделировании далее, чем ограниченная фиксация концептуальных отношений между понятиями, не пошли: описание семантики понятий переложено на стандартные языки программирования.

2.6.8. Категорный подход

Категорный подход к представлению знаний является естественным развитием реляционного подхода к представлению данных, дополненного идеями и методами абстрактных типов данных из области программирования.

В категорном подходе к представлению знаний предполагается, что знания прикладной области могут быть структурированы в виде системы понятий. С каждым поня-

тием связывается имя понятия и его определение, а теория категорий предоставляет формальный аппарат для выражения семантики понятия.

Категорный подход основан на предположении, что определение всякого понятия может быть представлено в виде наборов имен областей данных, имен преобразований данных и отношений между данными. При этом не все элементы областей могут быть известны внутри данного понятия и могут уточняться в других понятиях.

Каждому представляемому понятию при категорном моделировании сопоставляется алгебраическая модель (категория), в котором потенциально предусматривается отражение полного знания о содержании понятия, а также строится конечная аппроксимация понятия (фрагмент категории), которая отражает уже имеющиеся знания о представляемом понятии. Категория, как идеальный математический объект, мыслится как отражающая полное знание о понятии и является пределом своих конечных аппроксимаций [16].

Средства категорного подхода к представлению знаний условно можно разделить на три части:

- средства построения алгебраической модели (категории);
- средства построения конечной аппроксимации (фрагмента категории);
- язык описания понятий и их взаимосвязи.

Все три составляющие сильно связаны между собой:

- категория и ее аппроксимация задаются языковыми средствами;
- корректность новых языковых выражений определяется по уже построенной аппроксимации.

В основе категорного подхода лежат категорные операции, которые предназначены для определения понятия и построения теоретико-множественных конструкций по описанию понятий, не все элементы которого известны. Представление сложных понятий основано на операции декартова произведения, выделения элементов в экстенционалах понятий, не все элементы которых заданы. Для этого используются категорные конструкции топоса, в частности, булевы топосы, в которых реализуется классическая логика и которые могут быть конструктивно заданы.

Категорный подход основан на отображениях одних множеств (областей) в другие. Если $f_1 : T_1 \rightarrow T_2$ и $f_2 : T_2 \rightarrow T_3$ – отображения на множествах T_1 , T_2 и T_3 , заданные именами f_1 и f_2 такие, что , то строится имя $f_1 * f_2$ и отображение T_1 в T_3 : $f_1 * f_2 : T_1 \rightarrow T_3$. Описанная операция называется композицией отображений. Композиция отображений ассоциативна, т.е. для любых отображений $f_1 : T_1 \rightarrow T_2$, $f_2 : T_2 \rightarrow T_3$ и $f_3 : T_3 \rightarrow T_4$ выполняется равенство $(f_1 * f_2) * f_3 = f_1 * (f_2 * f_3)$. Кроме того, для любого множества T вводится

тождественное отображение $i(T): T \rightarrow T$, композиция которого с любым отображением $f: T_1 \rightarrow T_2$ дает следующие равенства: $i(T_1) * f = f$, $f * i(T_2) = f$. Математическая структура C , обладающая операцией типа композиции с описанными выше свойствами называется **категорией**. В свою очередь под **морфизмом** понимается множество имен отображений, рассматриваемых с точностью до равенства.

При категорном подходе требуется существование двух специальных множеств. Вводится множество I – **финальное**, которое обладает следующим свойством: для каждого множества T категории C существует единственный морфизм из T в I , который обозначается как $I(T): T \rightarrow I$. Другое специальное множество – **инициальное**, обозначается \emptyset и обладает следующим свойством: для любого множества категории C множество всех морфизмов $C(\emptyset, T)$ состоит из единственного морфизма $\emptyset(T): \emptyset \rightarrow T$.

Для представления понятий используются категории с операциями, которые позволяют по одним множествам и морфизмам строить другие множества и морфизмы. К таким операциям относятся операции:

- $_ (f)$ и $(f) _$ выделения области определения T_1 и области значений отображения $f: T_1 \rightarrow T_2$;
- операции выделения инициального и финального множества $\emptyset(T)$ и $I(T)$;
- операция тождественного отображения $i(T): T \rightarrow T$;
- другие операции вида $(f_1, f_2) \rightarrow f_1 * f_2$ при $(f_1) _ = _ (f_2)$, которые сопоставляют паре морфизмов (f_1, f_2) морфизм $f_1 * f_2$, получаемый при их композиции.

Заметим, что категорный подход аналогичен формальному анализу понятий, где также имеется минимальный (\emptyset) и максимальный (I) элементы в решетке обобщения. Однако, для представления сложных понятий перечисленных выше операций оказывается недостаточно. В отличие от формального анализа понятий при категорном подходе водится операция декартова произведения, суммы и пересечения множеств, операция взятия фактор-множества.

Другое отличие категорного подхода от формального анализа понятий заключается в том, что множество не определяется своими элементами, поэтому перечисленные теоретико-множественные операции определяются специальным образом – на языке морфизмов [80]. Категория, на которой определены категорные операции, моделирующие полный набор теоретико-множественных операций, называется **топосом**.

Например, декартово произведение множеств $T_1 \times T_2$ выражается как множество T с морфизмами (проекциями) $pr_1: T \rightarrow T_1$ и $pr_2: T \rightarrow T_2$, обладающие следующими свойст-

вами: для любой пары морфизмов $f_1: T_0 \rightarrow T_1$ и $f_2: T_0 \rightarrow T_2$ существует морфизм $(f_1, f_2): T_0 \rightarrow T$, композиция которого с проекциями дают равенства $pr_1 * (f_1, f_2) = f_1$ и $pr_2 * (f_1, f_2) = f_2$, и наоборот, любой морфизм вида $f: T_0 \rightarrow T$ представляется в виде $f = (pr_1 * f, pr_2 * f)$. Таким образом, при определении декартова произведения задаются операции проекции, произведение морфизмов, которые по произвольным множествам T_1 , T_2 и морфизмам f_1, f_2 выражают множество T , равное $T_1 \times T_2$. В итоге, построение декартова произведения множеств путем перечисления упорядоченных пар элементов заменяется на описание свойств этого произведения через специальным образом введенные категориальные операции.

Таким образом, в категорном подходе понятия представляются категориями, а их отношения – морфизмами, причем вместо существования категории или морфизма с требуемыми свойствами полагается, что эта категория или морфизм строится соответствующей операций. Последнее позволяет задавать понятия из конечными аппроксимациями – формулами, выражающими построение категории через операции над другими категориями.

Заметим, что при описании понятийной структуры, как и в категорном подходе, не требуется перечисления элементов множеств, на которых эта понятийная структура определена. Вместо этого используются четыре операции (абстракции), которые позволяют описать схемы понятий-абстракций через схемы абстрагируемых понятий, а определение экстенционалов осуществляется конечными конструктивными средствами, которые при категорном подходе соответствуют определению новых морфизмов через композицию имеющихся.

Однако, в понятийной структуре, в отличие от категорного подхода, для выражения понятий требуется всего четыре простые и интуитивно понятные абстракции, в то время как при категорном подходе используется открытое множество операции, которые, к тому же, имеют непрозрачную семантику и трудны в использовании.

2.6.9. Понятийная структура

Как итог рассмотренного выше анализа известных формальный теорий понятий сформулируем отличия предлагаемого подхода, основанного на высокоуровневой спецификации предметной в виде ее понятийной структуры.

Понятийная структура строится на четырех множествах отображений, соответствующих четырем универсальным формам абстрагирования понятий, которые задаются на множестве априорно определяемых понятий. Благодаря этому принципиальными отличиями понятийной структуры от других известных формализмов является:

– отсутствие разделения терминов на понятия, связи, сущности и признаки, а использование одного общего термина – понятие, частными проявлениями которого являются сущности, признаки и связи;

– наличие средств для явного выражения типизации понятий, а не только при классификации сущностей для образования соответствующих им понятий;

– возможность представления ассоциаций как самостоятельных понятий, что позволяет, например, выразить обобщение ассоциативных связей;

– выражение на одной диаграмме как абстракций обобщения, так и абстракций ассоциации;

– определение понятий, которые одновременно могут быть как обобщением, так и ассоциацией других понятий;

– семантическая прозрачность формализма, не требующего для своей интерпретации привлечения предметных знаний.

Таким образом, принципиальное отличие предлагаемого подхода заключается в возможности определения ассоциации между сущностями и понятиями предметной области в виде самостоятельных понятий, в то время как в других формализмах ассоциации понятиями не являются, выражаются специализированными связями между сущностями и определяются как атомарные единицы смысла, посредством которых производится описание предметной семантики.

2.7. Методика понятийного анализа

Необходимость анализа предметной области до начала ее формализованного описания осознана давно и используется при разработке масштабных программных проектов. В этом случае процесс разработки существенно отличается от написания программ для решения вычислительной задачи [139]. Например, главное отличие проектирования баз данных заключается в том, что осуществляется предварительная разработка концептуальной схемы, которая отражает взаимосвязи типизированных сущностей проблемной области и особенности организации представляющих их данных. При этом под проблемной областью понимается часть реального мира, которая имеет существенное значение или непосредственное отношение к процессу функционирования программы. Другими словами, проблемная область включает в себя только те объекты и взаимосвязи между ними, которые необходимы для описания требований и условий решения некоторой задачи.

В отличие от известных подходов, основанных на построении объектной модели, **понятийный анализ** определим как методику построения и верификации понятийной структуры проблемной области.

2.7.1. Этапы понятийного анализа

Понятийный анализ выполняется с учетом некоторой активной проблематики и состоит из следующих этапов:

- разделение сущностей предметной области на сигнификативные и денотационные;
- означивание сигнификативных сущностей и выявление существенных признаков у денотационных сущностей;
- сопоставление сущностей и определение их общих и различающихся признаков;
- образование новых или определение уже существующих понятий на основе интеграции и дифференциации признаков;
- создание понятийной структуры предметной области путем описания отображений одних понятий на другие;
- уточнение способа абстрагирования понятий (обобщения или типизации, ассоциации или агрегации);
- вычисление схем понятий и задание ключей – для типизации, связей – для ассоциации;
- верификации понятийной структуры путем проверки ее на полноту и непротиворечивость.

Разделение сущностей предметной области на сигнификативные и денотационные представляет, в общем случае, нетривиальную задачу. Сложность данной задачи проявляется в неформальном характере правил, которые можно применять для этой цели:

- сущности, составляющие объемные понятия, относят к денотационным, а единичные – к сигнификативным;
- часто выражаемые сущности относят к денотационным, редко выражаемые – к сигнификативным;
- сущности, имеющие сложную семантику относят к денотационным, а простую – к сигнификативным.
- сущности, используемые в множествах контекстов относят к денотационным, а в одном или нескольких контекстах – к сигнификативным;
- сущности, являющиеся основными носителями смысла относят к денотационным, а вспомогательные – к сигнификативным.

Означивание сигнификативных сущностей осуществляется путем присвоения им индивидуальных имен, которые образуют базовый словарь проблемной области. *Выявление* существенных признаков у денотационных сущностей производится путем перечисления тех признаков, которые являются значимыми в рассматриваемой проблемной об-

ласти. Заметим, что на этом этапе происходит и выявление самих признаков, или первичных понятий проблемной области, которые рассматриваются как денотационные сущности, не имеющие признаков.

Следующим этапом понятийного анализа является *сопоставление* сущностей и определение их общих и различающихся признаков. Это позволяет выполнить первичную группировку сущностей на основе анализа тождества и различия множества признаков, на которых эти сущности определены.

Образование новых или определение уже существующих понятий осуществляется на основе выявления интеграции и дифференциации признаков у выявленных на предыдущем этапе сущностей. Очевидно, сравнению подвергаются только те сущности и их группы, которые видятся связанными по условию решаемой задачи.

Понятийная структура призвана в формализованном виде отразить результаты предыдущих этапов и выражает отображения одних понятий в другие. В случае необходимости производится *уточнение* способа образования понятий: дифференциальные понятия помечаются как понятия-обобщения или понятия-типы, а интегральные понятия – как понятия-ассоциации или понятия-агрегаты.

Вычисление схем понятий, входящих в понятийную структуру, осуществляется по рекуррентной процедуре, описанной выше, и используется для проверки ее полноты и непротиворечивости.

Методы *верификации* понятийной структуры непосредственно следуют из утверждений о свойствах понятийных структур и формальной теории понятий.

В конечном итоге понятийный анализ позволяет на основе фундаментальных абстракций понятий получить декомпозиционную схему проблемной области в виде семантически прозрачной формальной спецификации ее понятийной структуры. Используемый для этого формализм имеет простые методы верификации путем проверки понятийной структуры на полноту и непротиворечивость. Оценим, как соотносятся полученные результаты с распространенной в настоящее время методологией объектного анализа.

2.7.2. Объектный и понятийный анализ

Фундаментальными понятиями объектного анализа являются понятия класса и объекта. При этом под классом понимают некоторую абстракцию совокупности объектов, которые имеют общий набор свойств и обладают одинаковым поведением. Каждый объект в этом случае рассматривается как экземпляр соответствующего класса. Объекты, которые не имеют полностью одинаковых свойств или не обладают одинаковым поведением, по определению, не могут быть отнесены к одному классу.

Важной особенностью классов является возможность их организации в виде некоторой иерархической структуры, которая по внешнему виду напоминает схему классификации понятий. Однако, иерархическая схема организации понятий не тождественна иерархии классов, поскольку взаимосвязи между классами могут иметь и другие качественные особенности. С другой стороны, иерархия понятий является более общей категорией по сравнению с иерархией уровней абстракции классов в объектном анализе [139].

Целью объектного анализа является разработка объектной модели проблемной области, содержащей описание объектов, а также различные зависимости между ними. Считается, что декомпозиция проблемы на объекты – творческий, плохо формализуемый процесс. Процесс построения объектной модели включает в себя следующие этапы:

- определение объектов и классов;
- подготовка словаря данных;
- определение зависимостей между объектами;
- определение атрибутов объектов и связей;
- организация и упрощение классов при использовании наследования;
- дальнейшее исследование и усовершенствование модели.

Объединение объектов в классы позволяет ввести абстракцию типизации и рассмотреть проблему в более общей постановке. Классам приписываются атрибуты. Атрибут – это значение простого типа данных, характеризующее объект в его классе. Текущие значения атрибутов характеризуют текущее состояние объекта. В объектном анализе используется понятие операции, которая определяется как функция, или преобразование, которую можно применять к объектам данного класса. Каждой операции соответствует метод – реализация этой операции для объектов данного класса. Таким образом, операция – это спецификация метода, а метод – это реализация операции.

Так как в модели используемая сложная семантическая разметка, то важным этапом объектного анализа является построение словаря данных, который содержит четкие и недвусмысленные определения объектов (классов), атрибутов, операций и ролей, задаваемые на естественном языке.

Между объектами устанавливаются связи, которые выражают отношения между классами указанных объектов. Связи, как и классы, могут иметь атрибуты. В объектном анализе различают шесть видов связей: зависимость, агрегация, ассоциация, композиция, генерализация и реализация.

Прежде всего из классов исключаются атрибуты, являющиеся явными ссылками на другие классы; такие атрибуты заменяются зависимостями. Зависимость задает отношение зависимости и характеризуется специальными атрибутами, называемыми ролью и

квантификатором, где роль несет семантическую нагрузку, а квантификатор определяет кратность связи.

Ассоциация определяется как отношение взаимодействия и, как все оставшиеся связи, описывается двумя ролями и двумя квантификаторами. Агрегация выражает отношение «часть-целое», а композиция рассматривается как частный случай агрегации, при которой жизненный цикл частей и целого совпадает. Генерализация задает отношение «частное-общее», а реализаций – отношение выполнения соглашения.

В конечном итоге, объектная модель представляется в виде совокупности объектов, каждый из которых является экземпляром определенного класса, а классы образуют иерархию наследования, где под наследованием понимается абстракция конкретизации классов, при которой производный класс приобретает свойства и поведение базового класса. Иерархия наследования является основной формой представления объектной модели: остальные виды связей наносятся на уже полученную иерархию классов.

В основе проверки правильности объектной модели лежат внешние признаки, объединены в следующие группы:

- признаки пропущенного объекта (класса);
- признаки ненужного (лишнего) класса;
- признаки пропущенных зависимостей;
- признаки ненужных (лишних) зависимостей;
- признаки неправильного размещения зависимостей;
- признаки неправильного размещения атрибутов.

В табл. 2.2 показано сравнение терминов и процедур понятийного и объектного анализа. Из таблицы видно, что понятийный анализ по сравнению с объектным является некоторым обобщением последнего, так как базируется на более общих принципах и подходах. Заметим, что в отличие от объектного, результаты понятийного анализа могут быть легко формализованы и подвергнуты проверке на полноту и непротиворечивость.

Следующим шагом в реализации результатов понятийного анализа видится разработка контекстной технологии обработки данных, основанной на создании для каждого класса задач и в процессе их решения характерного только для этих задач специализированного языка, отражающего понятийную структуру проблемной области в его нетерминальные понятия, а сигнификативные сущности – в терминальные понятия языка.

Таблица 2.2. Сравнение понятийного и объектного анализа

Понятийный анализ	Объектный анализ
Сущность (единичное понятие):	Объект:
– обладает уникальностью; – различается признаками; – выражает смысл.	– обладает идентичностью; – имеет состояние; – проявляет поведение.
Признак (элементарное понятие):	Свойство (атрибут):
отличает одну сущность от другой; имеет имя, домен и семантическую роль.	принимает различные значения и характеризует состояние объекта.
Понятие:	Класс:
множество сущностей, образованное на основе абстрагирования.	множество объектов, имеющих общую структуру и общее поведение.
Спецификация понятия:	Спецификация класса:
– имя (уникальность), схема (признаки); – интенционал (содержание); – экстенционал (объем).	– имя (идентичность); – свойства (состояние); – методы (поведение).
Взаимосвязь понятий:	Взаимосвязь классов:
– обобщение (есть некоторый); – агрегация (есть часть); – ассоциация (есть участник); – типизация (есть экземпляр).	– общее и частное (наследование); – целое и часть (агрегация); – зависимость (ассоциация).
Обобщение (расширенная типизация):	Наследование:
объединение сущностей дифференцируемых понятий.	наследуемый класс повторяет структуру и поведение базового класса.
Агрегация:	Агрегация:
соединение сущностей интегрируемых понятий.	отношения целого и части, приводящие к иерархии объектов.
Ассоциация (ограниченная агрегация):	Ассоциация:
связывание сущностей интегрируемых понятий.	зависимость классов, обеспечивающая переход между объектами этих классов.
Типизация:	Виртуальные классы:
идентификация сущностей дифференцируемых понятий.	объект базового класса замещается объектами различных классов.
Понятийная структура:	Диаграммы:
множество понятий с отображениями абстрагирования.	иерархия классов, диаграммы состояний и поведения объектов.

2.8. Заключительные замечания

В области создания и сопровождения современных информационных систем наблюдаются трудности, которые в значительной мере объясняются семантическим разрывом, возникающим между содержательными представлениями относительно предметной области и языковыми средствами, служащими для решения прикладных задач. Для преодоления этого вида семантического разрыва предлагается использование разработанной методологии понятийного анализа и соответствующей ей контекстной технологии обработки данных.

В предлагаемом подходе понятийный анализ используется для разделения понятий предметной области на денотационные и сигнификативные, построения понятийной структуры на денотационных понятиях, отражения сигнификативных понятий в терминальные знаки специализированного предметного языка, а денотационных – в его нетерминальные знаки. В свою очередь, декомпозиционные схемы, полученные при понятийном анализе, отражаются в языковых конструкциях предметного языка. Языковые конструкции задают формы выражения денотационных понятий в тексте и строятся как последовательность денотационных и сигнификативных понятий. Это позволяет в рамках заданной проблематики получить наиболее компактное описание предметной области, исходных данных и решения прикладной задачи по обработке этих данных.

Следует заметить, что получаемая при понятийном анализе модель предметной области обладает свойствами, позволяющими выразить следующие свойства прикладных областей знаний [163]:

- недоопределенность – имеется возможность пополнения понятийной структуры новыми понятиями (путем добавления понятий и определения способов их абстрагирования) и детализации описания интенционалов понятий (путем добавления новых форм выражения понятий);

- неоднозначность – имеется возможность использования неоднозначных грамматических форм выражения понятий, что приводит к необходимости принимать решение о выборе той или иной формы на этапе решения задачи;

- некорректность – имеется возможность определить ту или иную семантически некорректную форму выражения понятия, однако, при последующем анализе, или удалить эту форму, или ее переопределить в соответствии с открывшимися обстоятельствами;

- неточность – имеется возможность введения и использования приближенных или неточных понятий, позволяющих описывать неполные или неточные величины-сущности, например, через такие количественные и качественные понятия как точность, точность точности, степень точности, класс точности, и др;

– нечеткость – имеется возможность использования для выражения понятий нечетких высказываний, например, «маленький», «средний», «большой», и т.п., с последующим описанием семантики таких форм, в том числе и с помощью средств нечеткой логики.

Более детально выразительные возможности разработанной модели предметной области рассмотрены в следующей главе.

Литература

1. *Агафонов В. Н.* Надъязыковая методология спецификации программ // Программирование. 1993. № 5. С. 28-48.
2. *Айдукевич К.* Картина мира и понятийный аппарат // Философия науки. Вып. 2: Гносеологические и методологические проблемы. М.: Институт философии РАН, 1996. С. 231-240.
3. *Александреску А.* Современное проектирование на C++: Обобщенное программирование и прикладные шаблоны проектирования. М.: Вильямс, 2004.
4. *Андерсон Р.* Доказательство правильности программ. М.: Мир, 1982.
5. *Артин Э.* Геометрическая алгебра. М.: Наука, 1969.
6. *Архипова М. В.* Генерация тестов для семантических анализаторов // Вычислительные методы и программирование. 2006. Т. 7. С.55-70.
7. *Ахманова О. С.* Словарь лингвистических терминов / Издание 2-е, стереотипное. М.: Едиториал УРСС, 2004.
8. *Ахмед Н., Рао К. Р.* Ортогональные преобразования при обработке цифровых сигналов. М.: Связь, 1980.
9. *Ахо А., Сети Р., Ульман Д.* Компиляторы. Принципы, технологии, инструменты. М.: Вильямс, 2001.
10. *Ахо А., Ульман Д.* Теория синтаксического анализа, перевода и компиляции. М.: Мир, 1978.
11. *Баранов С. Н., Ноздрунов Н. Р.* Язык Форт и его реализации. Л.: Машиностроение, 1988.
12. *Барвайс Дж.* Введение в логику первого порядка. Справочная книга по математической логике. Ч.1. М.: Наука, 1982.
13. *Барендрегт Х.* Лямбда-исчисление, его синтаксис и семантика. М.: Мир, 1985.
14. *Башмаков А. И., Башмаков И. А.* Интеллектуальные информационные системы: Учеб. пособие. М.: Изд-во МГТУ им Н.Э. Баумана, 2005.
15. *Бездушный А. Н., Лютый В. Г., Серебряков В. А.* Разработка компиляторов в системе СУПЕР. М.: ВЦ АН СССР, 1991.
16. *Бениаминов Е. М.* Алгебраические методы в теории баз данных и представлении знаний. М.: Научный мир, 2003.
17. *Бердяев Н.А.* Творчество и объективация. М.: Экономпресс, 2000.
18. *Бибило П. Н.* Декомпозиция булевых функций (обзор) // В кн. Проектирование устройств логического управления. М.: Наука, 1985. С. 106-126.

19. *Блох А. Ш.* Канонический метод синтеза контактных схем // *АиТ.* 1961. № 6.
20. Большой психологический словарь / Сост. Мещеряков Б., Зинченко В. М.: Олма-пресс. 2004.
21. Большой энциклопедический словарь. М., 1998.
22. *Борцев В.Б., Хомяков М.В.* Аксиоматический подход к описанию формальных языков // В сб. Математическая лингвистика. Под ред. С.К. Шаумяна. М.: Наука, 1973. С. 5-47.
23. *Борцев В. Б.* Естественный язык – наивная математика для описания наивной картины мира // *Московский лингвистический альманах.* 1996. № 1. С. 203-225.
24. *Братко И.* Алгоритмы искусственного интеллекта на языке PROLOG. М.: Вильямс, 2004.
25. *Братчиков И. Л.* Синтаксис языков программирования. М.: Наука, 1975.
26. *Бронштейн И. Н., Семендяев К. А.* Справочник по математике для инженеров и учащихся втузов. М.: Наука, 1980.
27. *Булос Дж., Джефффри Р.* Вычислимость и логика. М.: Мир, 1994.
28. *Бурбаки Н.* Теория множеств. Структуры. М.: Мир, 1965.
29. *Буч Г.* Объектно-ориентированное проектирование с примерами применения. М.: Конкорд, 1992.
30. *Вагин В. Н., Еремеев А. П.* Некоторые базовые принципы построения интеллектуальных систем поддержки принятия решений реального времени // *Изв. РАН. ТиСУ.* 2001. № 6. С. 114-123.
31. *Вагин В. Н., Головина Е. Ю., Загорянская А. А. Фомина М. В.* Достоверный и правдоподобный вывод в интеллектуальных системах. М.: Физматлит, 2004.
32. *Вайнгартен Ф.* Трансляция языков программирования. М.: Мир, 1977.
33. *Варламов О. О.* Эволюционные базы данных и знаний для адаптивного синтеза интеллектуальных систем. Миварное информационное пространство. М.: Радио и связь, 2002.
34. *Васильев С. Н., Жерлов А. К., Федосов Е. А., Федунов Б. Е.* Интеллектуальное управление динамическими системами. М.: Физико-математическая литература, 2000.
35. *Васюков В. Л.* Формальная феноменология. М.: Наука, 1999.
36. *Величковский Б. М.* Когнитивная наука: Основы психологии познания. В 2-х томах. М.: Академия, 2006.
37. *Виленкин Н.Я.* Класс полностью ортогональных систем // *Известия Академии наук СССР.* 1947. Сер. Математика. № 11. С. 363-400.
38. *Вирт Н.* Систематическое программирование. Введение. М.: Мир, 1977.

39. *Вирт Н.* Алгоритмы и структуры данных. М.: Мир, 1989.
40. *Виттих В. А.* Интеграция знаний при исследованиях сложных систем на основе инженерных теорий // Известия РАН. Теория и системы управления. 1998. № 5.
41. *Вольфенгаген В. Э.* Комбинаторная логика в программировании. Вычисления с объектами в примерах и задачах. М.: Центр ЮрИнфоР, 2003.
42. *Вольфенгаген В. Э.* Методы и средства вычислений с объектами. Аппликативные вычислительные системы. М.: Центр ЮрИнфоР, 2004.
43. *Вудс В. А.* Сетевые грамматики для анализа естественных языков // Кибернетический сборник. Вып. 13. М.: Мир, 1978. С. 120-158.
44. *Выхованец В. С.* Дискретное преобразование Фурье и его применение при логических вычислениях / Приднестровский гос.-корпорат. унив. им. Т.Г. Шевченко. Тирасполь, 1997. 18 с. Деп. в ВИНТИ 05.06.97, № 1852-В97.
45. *Выхованец В. С.* Кратные логические вычисления и их применение при моделировании дискретных объектов / Автореферат дис. на соиск. уч. ст. канд. техн. наук. М., 1998. 23 с.
46. *Выхованец В. С.* Обобщенные полиномиальные формы // Радиоэлектроника. Информатика. Управление. 1999. № 2. С. 55-59.
47. *Выхованец В. С.* Булевы мультипликативные формы // Тезисы докладов международной научно-практической конференции «Математические методы в образовании, науке и промышленности». Тирасполь, 1999. С. 52-53.
48. *Выхованец В. С.* Контекстная технология программирования // Труды IV Международной научно-технической конференции по телекоммуникациям (Телеком-99). Одесса, 1999. С. 116-119.
49. *Выхованец В. С.* Асимптотические оценки при идентификации дискретных объектов // Материалы международной конференции «Идентификация систем и задачи управления» М., 2000. Электрон. опт. диск. ISBN 5-201-09605-0.
50. *Выхованец В. С.* Асимптотические оценки в многозначной логике // Материалы юбилейной конференции профессорско-преподавательского состава, посвященной 70-летию Приднестровского государственного университета им. Т.Г. Шевченко. Тирасполь, 2000. С. 264-270.
51. *Выхованец В. С.* Язык контекстного программирования // Тезисы докладов 8-й Международной конференции «Проблемы управления безопасностью сложных систем». М., 2000. Т. 2. С. 89-91.

52. *Выхованец В. С.* О вычислимости конечных полей // Материалы международной научно-практической конференции «Математическое моделирование в образовании, науке и производстве». Тирасполь, РИО ПГУ, 2001. С. 475-477.
53. *Выхованец В.С.* Спектральные методы в логической обработке данных // *АиТ.* 2001. № 10. С. 28-53.
54. *Выхованец В. С.* Аддитивная алгебра в цифровой обработке сигналов // Доклады 4-й Международной конференции и выставки «Цифровая обработка сигналов и ее применение». М., 2002. Т. 2. С. 255-258.
55. *Выхованец В. С.* Алгебраическая декомпозиция дискретных функций в аддитивной алгебре // Теория и практика логического управления. Тезисы докладов Международной конференции, посвященной 100-летию со дня рождения члена-корреспондента АН СССР М. А. Гаврилова. М, 2003. С. 81-84.
56. *Выхованец В. С.* Хааро-подобные системы сигналов // Доклады 5-й Международной конференции и выставки «Цифровая обработка сигналов и ее применение». М., 2003. Т. 2. С. 279-283.
57. *Выхованец В. С.* Разнесенный грамматический разбор // Проблемы управления. 2006. № 1. С. 32-43.
58. *Выхованец В. С.* Алгебраическая декомпозиция дискретных функций // Автоматика и телемеханика. 2006. № 3. С. 20-56.
59. *Выхованец В. С.* Оптимальный синтез логического управления // Тезисы докладов 3-ой Международной конференции по проблемам управления. М., 2006. Т. 2. С. 105.
60. *Выхованец В. С., Гордиенко К. П.* Процессор с сокращенным набором команд // Вестник Приднестровского университета. Тирасполь, 1995. № 1. С. 124-128.
61. *Выхованец В. С., Иосенкин В. Я.* Компиляция знаний, представленных на языке ESSE // Тезисы докладов 2-ой Международной конференции по проблемам управления. М., 2003. Т. 2. С. 165.
62. *Выхованец В. С., Иосенкин В. Я.* Высокоуровневая форма синтеза систем управления // Тезисы докладов 2-ой Международной конференции по проблемам управления. М., 2003. Т. 2. С. 109.
63. *Выхованец В. С., Иосенкин В. Я.* Компиляция знаний, представленных на языке ESSE // Тезисы докладов 2-ой Международной конференции по проблемам управления. М., 2003. Т. 2. С. 165.
64. *Выхованец В. С., Иосенкин В. Я.* Понятийный анализ и контекстная технология программирования // Проблемы управления. 2004. №.4. С. 3-25.

65. *Выхованец В. С., Иосенкин В. Я.* Понятийный анализ и контекстная технология программирования // Проблемы управления. 2005. № 4. С. 2-11.

66. *Выхованец В. С., Малюгин В. Д.* Спектральные методы в логическом управлении // Труды 2-й Международной научно-технической конференции «Современные методы цифровой обработки сигналов в системах измерения, контроля, диагностики и управления». Минск, 1998. С. 56-59.

67. *Выхованец В. С., Малюгин В. Д.* Кратные логические вычисления // Автоматика и телемеханика. 1998. № 6. С. 163-171.

68. *Выхованец В. С., Малюгин В. Д.* Мультипликативные формы и их применение при логических вычислениях // Тезисы докладов 2-ой Международной конференции по проблемам управления. М., 2003. Т. 2. С. 110-111.

69. *Выхованец В. С., Малюгин В. Д.* Аппаратная и программная реализация мультипликативных форм // Теория и практика логического управления. Тезисы докладов Международной конференции, посвященной 100-летию со дня рождения члена-корреспондента АН СССР М. А. Гаврилова. М., 2003. С. 79-81.

70. *Выхованец В. С., Малюгин В. Д.* Мультипликативная алгебра и ее применение в логической обработке данных // Проблемы управления. 2004. № 3. С. 67-77.

71. *Жегалкин И.И.* О технике вычисления предложений в символической логике // Математический сборник. 1927. Т. 43. С. 9-28.

72. *Замулин А. В.* Алгебраическая семантика императивного языка программирования // Программирование. 2003. № 6. С. 51-64.

73. *Замулин А. В.* Абстрактная модель компилятора как результат алгебраической семантики языка программирования. // Программирование. 2004. № 5. С. 69-80.

74. *Гаврилов М. А.* Релейно-контактные схемы с вентильными элементами // Изв. АН СССР. ОТН. 1945. № 3. С. 153-164.

75. *Гаврилов М. А.* Методы синтеза релейно-контактных схем. // Электричество. 1946. № 2. С. 54-59.

76. *Гаврилова Т. А., Хорошевский В. Ф.* Базы знаний интеллектуальных систем. СПб.: Питер, 2000.

77. *Гаскаров Д. В.* Интеллектуальные информационные системы. М.: Высш. шк., 2003.

78. *Гинзбург С.* Математическая теория контекстно-свободных языков. М.: Мир, 1970.

79. *Гладкий А.В.* Формальные грамматики и языки. М.: Наука, 1973.

80. *Голдблатт Р.* Топосы. Категорный анализ логики. М.: Мир, 1983.

81. *Горбатов В.А.* Синтез логических схем в произвольном базисе // В кн. Теория дискретных автоматов. Рига: Зинатне, 1967.
82. *Горовой В.Р.* Синтез релейных структур методом замены выходных функций // *АиТ.* 1967. № 1. С. 112-121.
83. *Горский Д. П.* Вопросы абстракции и образования понятий. М.: Изд-во АН СССР, 1961.
84. ГОСТ 34.320-96. Информационные технологии. Система стандартов по базам данных. Концепции и терминология для концептуальной схемы и информационной базы.
85. *Грис Д.* Конструирование компиляторов для цифровых вычислительных машин. М.: Мир, 1975.
86. *Дантеман Д., Мишел Д., Тейлор Д.* Программирование в среде Delphi. Киев: Диасофт, 1995.
87. *Данильян О. Г., Панова Н. И.* Современный словарь по общественным наукам. М.: Эксмо-Пресс, 2005.
88. *Девятков В. В.* Онтологии и проектирование систем // *Приборы и системы. Управление, контроль, диагностика.* 2000. № 1.
89. *Девятков В. В.* Системы искусственного интеллекта. – М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2001.
90. *Демьянков В. З.* Доминирующие лингвистические теории в конце XX века // *Язык и наука конца 20 века.* М.: Институт языкознания РАН, 1995. С.239-320.
91. *Джесксон П.* Введение в экспертные системы / Пер. с англ. М.: Издательский дом «Вильямс», 2001.
92. *Дубровский Д. И.* Проблема идеального. Субъективная реальность. М.: Канон, 2002.
93. *Еврешинов Э. В., Косарев Ю. Г.* Однородные универсальные вычислительные системы высокой производительности. Новосибирск: Наука. 1966.
94. *Еремеев А. П.* Проектирование интеллектуальной систем принятия/поддержки решений в инструментальной среде G2 // *Перспективные информационные технологии и интеллектуальные системы.* 2000. № 2 (<http://pitis.tsure.ru>).
95. *Закревский А. Д.* Логические уравнения. Минск: Наука и техника, 1975.
96. *Закревский А. Д.* Алгоритм декомпозиции булевых функций // *Труды Сибирского физико-технического института.* 1964. Вып. 44. С. 5-16.
97. *Захаров В.Н.* Автоматы с распределенной памятью. М.: Энергия, 1975.
98. *Зинченко В. П.* Живое знание: психологическая педагогика. Самара, 1998.
99. *Зубков С. В.* Ассемблер для DOS, Windows и Unix. М.: ДМК, 2004.

100. *Зыков С. В.* Концепция и методология интегрированного проектирования корпоративных информационных систем для глобальной среды вычислений // Сборник докладов Первой Международной научно-практической конференции «Современные информационные технологии и ИТ-образование». М., Изд-во МГУ им. М.В.Ломоносова, 2005. С. 411-427.

101. *Иосенкин В. Я., Выхованец В. С.* Технология контекстного программирования в экономике и бизнесе // Материалы межвузовской научно-технической конференции «Управляющие и вычислительные системы. Новые технологии». Вологда: ВоГТУ, 2001. С. 180-181.

102. *Иосенкин В. Я., Выхованец В. С.* Технология контекстного программирования в телекоммуникационных системах // Труды второй международной научно-практической конференции «Современные информационные и электронные технологии». Одесса: Друк, 2001. С. 118-119.

103. *Иосенкин В. Я., Выхованец В. С.* Применение технологии контекстного программирования для решения больших прикладных задач // Труды международной конференции «Параллельные вычисления и задачи управления». Москва: Институт проблем управления, 2001. С. (4)-121-139. Электрон. опт. диск. ISBN 5-201-09559-3.

104. *Иосенкин В. Я., Выхованец В. С.* Контекстное программирование в моделировании // Материалы междунауч.-практ. конф. «Моделирование. Теория, методы и средства». Новочеркасск: УПЦ «Набла» ЮРГТУ(НПИ), 2001. Ч. 7. С. 49-51.

105. *Иосенкин В. Я., Выхованец В. С.* Формализация семантики искусственных языков // Материалы международной научно-практической конференции «Математическое моделирование в образовании, науке и производстве». Тирасполь, РИО ПГУ, 2001. С. 475-477.

106. *Иосенкин В. Я., Выхованец В. С.* Контекстная модель технологического процесса предприятия // Труды II международной конференции «Идентификация систем и задачи управления» (SICPRO'03). М., 2003. С. 859-871. ISBN 5-201-14948-0.

107. Искусственный интеллект: В 3-х кн. Кн. 2. Модели и методы: Справ. / Под ред. Д.А. Поспелова. М.: Радио и связь, 1990.

108. Искусственный интеллект: В 3-х кн. Кн. 3. Программные и аппаратные средства: Справ. / Под ред. В.Н. Захарова, В.Ф. Хорошевского. М.: Радио и связь, 1990.

109. *Калашиян А.Н., Калянов Г.Н.* Структурные модели бизнеса: DFD-технологии. М.: Финансы и статистика, 2003.

110. *Кант И.* Критика чистого разума. М.: Мысль, 1994.

111. *Карповский М.Г., Москалев Э.С.* Реализация частично-определенных функций алгебры логики с помощью разложения в ортогональные ряды // *АиТ.* 1970. № 8.
112. *Карри Х. Б.* Основания математической логики. М.: Мир, 1969.
113. *Карнап Р.* Значение и необходимость. М.: Мир, 1959.
114. *Касьянов В. И., Поттосин И. В.* Методы построения трансляторов. Новосибирск: Наука, 1986.
115. *Катречко С. Л.* Формальная и трансцендентальная логика // Тезисы докл. межд. конф. «Современная логика». СПб, 2004.
116. *Киндлер Е.* Языки моделирования. М.: Энергия, 1985.
117. *Клини С.К.* Математическая логика. М., Мир, 1973.
118. *Кнут Д.* Семантика контекстно-свободных языков // В сб.: Семантика языков программирования. М.: Мир, 1980.
119. *Кондаков Н. И.* Логический словарь. М., 1971.
120. *Кондрашина Е. Ю., Литвинцева Л. А., Поспелов Д. А.* Представление знаний о времени и пространстве в интеллектуальных системах / Под ред. Д. А. Поспелова. М.: Наука, 1989.
121. *Конноли Т., Бегг К.* Базы данных: проектирование, реализация и сопровождение. Теория и практика. М.: Вильямс, 2003.
122. *Костогрызов А. И., Лунаев В. В.* Сертификация качества функционирования автоматизированных информационных систем. М.: Изд-во «Вооружение. Политика. Конверсия», 1996.
123. *Кравцов Л. Г.* Методологические проблемы психологического анализа мышления в понятиях // Материалы Первой российской конференции по когнитивной науке. Казань, Казанский гос. ун-т, 2004 (<http://www.ksu.ru/ss/cogsci04/>).
124. Краткий психологический словарь / Под общ. ред. А.В Петровского, М.Г. Ярошевского. Ростов-на-Дону: Феникс, 1999.
125. *Крицкий С. П.* Аксиоматическое описание контекстных связей и условий // Программирование. 1980. № 6.
126. *Кузин С. Г.* Роль графа в качестве модели понятия // Вестник Нижегородского университета: Математическое моделирование и оптимальное управление. Н. Новгород: Изд-во Нижегородского университета, 1998. № 2 (19). С. 224-235.
127. *Кузнецов А. В.* О неповторных контактных схемах и неповторных суперпозициях функций алгебры логики // Труды Матем. ин-та им. В. А. Стеклова АН СССР. 1958. Т. 51. С. 186-225.

128. *Кузнецов В. И.* Двухместные и трехместные отношения между научными понятиями // *Logical Studies*. 2004. № 12. С. 1-24. (<http://www.logic.ru/Russian/LogStud/>).
129. *Кузнецов В. И.* Изоляционистский и экологический подходы к моделированию понятий // *Материалы IX научной конференции «Современная логика: проблемы теории, истории и применения в науке»*. СПб.: Санкт-Петербург. гос. ун-та, 2006. С. 50-52.
130. *Кузнецов О. П.* О программной реализации логических функций и автоматов // *Автоматика и телемеханика*. 1977. № 7. С. 163-174. № 9. С. 137-139.
131. *Кузнецов О. П., Адельсон-Вельский Г. М.* Дискретная математика для инженера. М.: Энергоатомиздат, 1988.
132. *Кузнецов О. П.* Дискретная математика для инженера. М.: Лань, 2005.
133. *Кузьмин В. А.* Оценка сложности реализации функций алгебры логики простейшими видами бинарных программ // *Методы дискретного анализа в теории кодов и схем*. Новосибирск: 1976. Вып. 29. С. 24-36.
134. *Кун Т.* Структуры научных революций. М.: Прогресс, 1977.
135. *Кухарев Г. А., Шмерко В. П., Янушкевич С. П.* Техника параллельной обработки бинарных данных на СБИС. Минск: Выш. шк., 1991.
136. *Лагута О. Н.* Логика и лингвистика. Новосибирск, 2000.
137. *Ланкин Л.Я.* О векторной программной реализации логических функций // *АиТ*. 1983. № 3. С. 120-128.
138. *Лейбниц Г. В.* Сочинения: В 4-х т. Т. 3. М.: Мысль, 1984.
139. *Леоненков А. В.* Самоучитель UML. СПб.: ВHV, 2006.
140. *Лидл Л., Нидеррайтер Г.* Конечные поля: В 2-х т. Т. 1. М.: Мир, 1988.
141. *Лисичкина Н. В.* Проблемы современной логической теории понятий // *Матер. Третьего Российского философского конгресса «Рационализм и культура на пороге III тысячелетия»*. Ростов-на-Дону, 2002.
142. *Луцаев В. В.* Качество программных средств. М.: Эдиториал УРСС, 2002.
143. Логический подход к искусственному интеллекту / Под ред. Гаврилова Г. П. М.: Мир, 1990.
144. *Лозовский В. С.* Сетевые модели // *Искусственный интеллект*. В 3х кн. Кн.2. Модели и методы: Справочник / Под ред. Д. А. Поспелова. М.: Радио и связь, 1990.
145. *Лорьер Ж.-Л.* Системы искусственного интеллекта. М.: Мир, 1991.
146. *Лупанов О.Б.* Об одном методе синтеза схем // *Известия высших учебных заведений. Радиофизика*. 1958. № 1. С. 120-140.
147. *Лупанов О.Б.* О синтезе некоторых классов управляющих систем. М.: Физматгиз, 1963. Вып. 10. С. 63-97.

148. *Люгер Д. Ф.* Искусственный интеллект: стратегии и методы решения сложных проблем. М.: Вильямс, 2005.
149. Макетирование, проектирование и реализация диалоговых информационных систем / Под ред. Е. И. Ломако. М.: Финансы и статистика, 1993.
150. *Макклеллан Дж.Х., Рейдер Ч.М.* Применение теории чисел в цифровой обработке сигналов. Москва: Радио и связь, 1983.
151. *Мальковский М. Г.* Языковой процессор системы TULIPS-2 // Докл. Второй Всесоюзная конференция по созданию машинного фонда русского языка. М.: ИРЯз АН СССР, 1987. С. 176-204.
152. *Малюгин В.Д.* О полиномиальной реализации кортежа булевых функций // ДАН СССР. 1982. Т. 265. № 6. С. 1338-1341.
153. *Малюгин В. Д.* Реализация кортежей булевых функций посредством линейных арифметических полиномов // АиТ. 1984. № 2. С. 114-122.
154. *Марка Д.А., Мак-Гоуэн К.* Методология структурного анализа и проектирования. М.: Мета Технология, 1993.
155. *Марков А. А.* Теория алгорифмов. М.: Изд-во АН СССР, 1954.
156. Математическая энциклопедия: В 4-х т. М.: Советская энциклопедия, 1977-1985.
157. *Мендельсон Э.* Введение в математическую логику. М.: Наука, 1976.
158. *Мерекин Ю. В.* Арифметические формы записи булевых выражений и их применение для расчета надежности схем // Вычислительные системы. Вып. 7. Новосибирск: Ин-т математики СО АН СССР, 1963. С. 13-23.
159. *Морага К., Сасао Т., Станкович Р.* Обобщенный подход к диаграммам решений с нагруженными ребрами и диаграммам решений для арифметического преобразования. // Автоматика и телемеханика. 2002. № 6. С. 140-153.
160. *Моррис Ч.* Основания теории знаков // В кн.: Семиотика / Под ред. Ю. С. Степанова. М.: Наука, 1983.
161. *Маторин С. И.* О новом методе системологического анализа, согласованном с процедурой объектно-ориентированного проектирования // Кибернетика и системный анализ. 2002. №1. С. 118-130.
162. *Назаренко Г. И., Осипов Г. С.* Основы теории медицинских технологических процессов. Часть 1.-М.: ФИЗМАТЛИТ, 2005.
163. *Нариньяни А. С.* Недоопределенность в системе представления и обработки знаний // Технические кибернетика. 1986. № 5.
164. *Непейвода Н. Н.* Прикладная логика. Новосибирск, 1999.

165. *Непейвода Н. Н., Скопин И. Н.* Основания программирования. М.: РХД, 2003.
166. *Никаноров С. П.* Характеристика и область применения метода концептуального проектирования систем организационного управления. // Концептуальное проектирование систем организационного управления и его применение в капитальном строительстве: Сб. науч. тр. М.: ЦНИИЭУС Госстроя СССР, 1989. С. 8-29.
167. *Никаноров С. П., Персиц Д. Б.* Метод формального проектирования целостных систем организационного управления // В сб.: Рефераты докладов Международного симпозиума по проблемам организационного управления и иерархическим системам. Ч. 1. М., ИПУ АН СССР, 1972.
168. *Ничепорук Э. И.* О синтезе схем с помощью линейных преобразований переменных // Докл. АН СССР. 1958. Т. 123. Вып. 4. С. 610-612.
169. Новейший философский словарь: 3-е изд., исправл. Мн.: Книжный Дом. 2003.
170. *Осипов Г. С.* От ситуационного управления к прикладной семиотике // Новости искусственного интеллекта. 2002. №6. С.56-59.
171. *Пархоменко П. П.* Синтез релейных структур на различных функционально полных системах логических элементов // АиТ. 1964. № 6.
172. *Перекрыстенко А.* Разработка системы автоматического синтаксического анализа на основе мягко контекстно-зависимой унификационной грамматики // Тр. конф. «Диалог-2004». 2004.
173. Пересмотренное сообщение об Алголе 68 / Ред. А. Ван Вейнгаарден, Б.Майу, Дж.Пек, К.Костер, М.Синцов, Ч.Линдси, Л.Меертенс, Р.Фискер. М.: Мир, 1979.
174. *Першиков В. И., Савинков В. М.* Толковый словарь по информатике. М.: Финансы и статистика, 1991.
175. *Петренко А.* Венский метод разработки программ (неформальное введение) // Программирование. 1991. № 6. С. 23-27.
176. *Пильщиков В. Н.* Язык ПЛЭНЕР. М.: Наука, 1983.
177. *Пирс Ч. С.* Избранные философские произведения. М.: Логос, 2000.
178. *Пирс Ч. С.* Логические основания теории знаков. СПб.: Лаборатория метафизических исследований философского факультета СПбГУ; Алетейя, 2000.
179. *Плесневич Г. С.* Силлогистики для семантических сетей // Новости искусственного интеллекта. 2004. № 3.
180. *Поваров Г. Н.* О функциональной разделимости булевых функций // Докл. АН СССР. 1954. Т. 94. С. 801-803.
181. *Поваров Г. Н.* Математическая теория синтеза контактных $(1,k)$ -полюсников // Докл. АН СССР. 1955. Т. 5.

182. *Поспелов Д. А.* Логико-лингвистические модели в системах управления. М.: Энергоиздат, 1981.
183. *Поспелов Д. А.* Ситуационное управление: теория и практика. М.: Наука, 1986.
184. *Поспелов Д. А.* Моделирование рассуждений. Опыт анализа мыслительных актов. М.: Радио и связь, 1989.
185. *Поспелов Д. А., Осипов Г. С.* Прикладная семиотика // Новости искусственного интеллекта. 1999. № 1. С. 9-35.
186. *Поспелов Д. А.* Семиотические модели: успехи и перспективы // Кибернетика. 1976. № 6. С.114-123.
187. *Поспелов Д. А., Пушкин В. Н.* Мышление и автоматы. М.: Сов. радио, 1972.
188. Поиск подходов к решению проблем / Прангишвили И. В., Абрамова Н. А., Спиридонов В. Ф. и др. М.: Синтег, 1999.
189. *Пратт Т., Зелковиц М.* Языки программирования: разработка и реализация. СПб.: Питер, 2002.
190. Программирование в ограничениях и недоопределенные модели / Нариньяни А. С., Телерман В. В., Ушаков Д. М., Швецов И. Е. // Информационные технологии, 1998. №7.
191. *Пушкин В. Н.* Эвристика – наука о творческом мышлении. М., 1967.
192. *Рамбо Дж., Буч Г., Якобсон А.* UML. Специальный справочник. СПб.: Питер, 2002.
193. *Рейнорд-Смит В.* Теория формальных языков. Вводный курс. М.: Радио и связь, 1988.
194. *Себеста Р. У.* Основные концепции языков программирования. М.: Вильямс, 2001.
195. *Серебряков В. А., Галочкин М. П.* Основы конструирования компиляторов. М.: Едиториал УРСС, 2003.
196. Система ALEX как средство для многоцелевой автоматизированной обработки текстов / И.С. Кононенко и др. // Тр. межд. сем. «Диалог-2002». Протвино, 2002. Т.2. С. 192-208.
197. *Смирнов С. В.* Онтологический анализ предметных областей // Известия Самарского научного центра РАН. 2001. Т. 3. № 1. С. 62-98.
198. *Смирнова Е. Д.* Формализованные языки и проблемы логической семантики. М., 1982.

199. *Смит Дж., Смит Д.* Принципы концептуального проектирования баз данных / В сб.: Требования и спецификации в разработке программ / Пер. с англ. под ред. В.Н. Агафонова. М.: Мир, 1984. С. 165-198.
200. Социология: Энциклопедия / Сост. А.А. Грицанов, В.Л. Абушенко, Г.М. Евелькин, Г.Н. Соколова, О.В. Терещенко. Мн.: Книжный Дом, 2003. 1312 с.
201. Стандарт онтологического исследования IDEF5 (www.idef.com/idef5.html).
202. *Столлингс В.* Операционные системы. М.: Издательский дом «Вильямс», 2002.
203. *Тамм Б. Г., Пуусеп М. Э., Таваст Р. Р.* Анализ и моделирование производственных систем. М.: Финансы и статистика, 1987.
204. *Тарский А.* Введение в логику и методологию дедуктивных наук. М.: Изд-во иностр. лит., 1948.
205. Тестирование на основе моделей / Петренко А., Бритвина Е., Groшев С. И и др. // Открытые системы. 2003. № 9.
206. *Тузов В. А.* Семантический анализ текста на русском языке: функциональная модель предложения // Экономико-математические исследования: математические модели и информационные технологии. СПб.: Наука, 2003. Вып. 3. С. 304–328.
207. *Турчин В. Ф.* Метаалгоритмический язык // Кибернетика. 1968. № 4. С. 45-54.
208. *Турчин В. Ф.* Базисный РЕФАЛ. Описание языка и основные приемы программирования. М.: ЦНИПИАСС, 1974.
209. *Тыгу Э. Х.* Концептуальное программирование. М.: Наука, 1984.
210. *Успенский В.А.* Машина Поста. М.: Наука, 1988.
211. *Фараджиев Р. Г., Ципкин Я. З.* Преобразования Лапласа-Галуа в теории последовательных машин // Доклады Академии наук СССР. 1966. Т. 166 № 36.
212. *Филд А., Харрисон П.* Функциональное программирование. М.: Мир, 1993.
213. *Финько О. А.* Модулярная арифметика параллельных логических вычислений. Краснодар, Краснодарский военный институт, 2003.
214. Формальные спецификации в технологиях обратной инженерии и верификации программ / Бурдонов И.Б., Демаков А.В., Косачев А.С. и др. // Труды Института системного программирования. 1999. № 1. С. 31-43.
215. *Фреге Г.* Избранные работы: Пер. с нем. А.Л. Никифорова. М.: ДИК, Русское феноменологическое общество, 1997.
216. *Френкель А., Бар-Хиллел И.* Основания теории множеств. М., 1966.
217. *Фролов С. С.* Социология: Учебник. М.: Наука, 1994.
218. *Хантер Р.* Основные концепции компиляторов. М.: Вильямс, 2002.

219. *Хорошевский В. Ф.* ATNL-машина – вопросы программной и аппаратной реализации // Сборник трудов I-го симпозиума ИФАК по искусственному интеллекту. Ленинград, 1983.
220. *Цейтин Г. С.* О соотношении естественного языка и формальной модели // Вопросы кибернетики. М., 1982. С. 20-34.
221. *Цейтин Г. С.* Программирование на ассоциативных сетях // ЭВМ в проектировании и производстве. Л.: Машиностроение, 1985. Вып. 2. С. 16-48.
222. *Чебурахин И. Ф.* Синтез дискретных систем и математическое моделирование. М.: Физматлит, 2004.
223. *Чен П.* Модель «сущность-связь» – шаг к единому представлению данных // СУБД. 1995. № 3. С. 137-158.
224. *Черемных С. В., Семенов И. О., Ручкин В. С.* Структурный анализ систем: IDEF-технологии. М.: Финансы и статистика, 2001.
225. *Черч А.* Введение в математическую логику. М.: Из-во иностр. лит-ры, 1959.
226. *Шагурин И. И., Бердышев Е. М.* Процессоры семейства INTEL P6: Pentium II, Pentium III, Celeron и др. Архитектура, программирование, интерфейс. / Справочник. М.: Радио и связь, 2000.
227. *Шалыто А. А.* SWITCH-технология. Алгоритмизация и программирование задач логического управления. СПб.: Наука, 1998.
228. *Шалыто А. А.* Логическое управление. Методы аппаратной и программной реализации алгоритмов. СПб.: Наука, 2000.
229. *Шамис А. Л.* Поведение, восприятие, мышление: проблемы создания искусственного интеллекта. М.: Едиториал УРСС, 2005.
230. *Шаров С. А.* Средства компьютерного представления лингвистической информации. М.: Российский научно-исследовательский институт искусственного интеллекта, 1996.
231. *Шаров С. А.* О различии между онтологией языка и онтологией предметной области // Тр. 6-й Российской Национальной Конференции по искусственному интеллекту. Пущино, 1998. С. 41-49.
232. *Шеннон К. Э.* Работы по теории информации и кибернетике. М.: Изд-во иностр. лит., 1963.
233. *Эббинхауз Г.Д., Якобс К., Ман Ф.-К., Хермес Г.* Машины Тьюринга и рекурсивные функции. М., 1972.
234. *Эдельман С. Л.* Математическая логика. М., Наука, 1975.
235. *Эйнштейн А.* Физика и реальность. М., 1965.

236. Яблонский С. В. Введение в дискретную математику. М., Наука, 1988.
237. Яблонский С. В. Функциональные построения в k -значной логике // Труды Матем. ин-та АН СССР им. В. А. Стеклова. 1958. Т. 51. С. 5-142.
238. Яблонский С. В. Об алгоритмических трудностях синтеза минимальных контактных схем // Проблемы кибернетики. Вып. 2. М.: Физматгиз, 1959. С. 75-121.
239. Янов Ю. И. О логических схемах алгоритмов // Проблемы кибернетики. Вып. 1. 1958.
240. Янов Ю. И. Математика, метаматематика и истина // М.: Институт прикладной математики им. М.В. Келдыша, 2006.
241. Akers S. B. On a Theory of Boolean Functions // Journal of Society for Industrial and Applied Mathematics. 1959. No. 7, 4.
242. Akers S. B. Binary decision diagrams // IEEE Trans. Computers. 1978. Vol. C-27, No. 6. P. 509-516.
243. Allen J. Natural Language Understanding. Melno Park, CA: Benjamin/Cummings, 1987.
244. Ashenhurst R. L. The Decomposition of Switching Functions // Bell Laboratory Report, 1952, No. BL-1(11). P. 541-642.
245. Bach E., Jelinek E., Kratzer A., Partee B. Quantification in Natural Languages. Dordrecht: Kluwer, 1995.
246. Bernstein B. Operations with Respect to witch the Elements of Boolean Algebra from a Group // Trans. Amer. Math. Soc. 1924. Vol. 26. P. 171-175.
247. Boole G. The Laws of Thought. London: Macmillan, 1854.
248. Brodie L. Thinking FORTH. A Language and Philosophy for Solving Problems. – N.J.: Englewood Cliffs, Prentice-Hall, Inc., 1984.
249. Brodie M. L., Mylopoulos J., Schmidt J. W. On Conceptual Modeling: Perspectives from Artificial Intelligence, Databases and Programming Languages. New York: Springer-Verlag, 1984.
250. Bryant R. E. Graph-based algorithms for Boolean function manipulation // IEEE Trans. on Comp. 1986. V. 35. P. 677-691.
251. Chomsky N. Aspects of the Theory of Syntax. Cambridge, MA: MIT Press, 1965.
252. Chomsky N. Knowledge of Language: Its Origin. Nature and Use. New York: Praeger Publishers, 1986.
253. Chrestenson H. E. A class of generalized Walsh functions // Pacific J. Math. 1955. Vol. 5. P. 17-31.

254. *Cohn M.* Switching Functions Canonical Form over Integer Fields (Ph.D. Thesis). Cambridge: Harvard Univ., 1960.
255. *Collins A., Quillian M. R.* Retrieval time from semantic memory // Journal of Verbal Learning and Verbal Behavior. 1969. No 8. P. 240-247.
256. *Colmerauer A.* Les Grammaires de Metamorphose. Universite Aix-Marseille, 1975.
257. Coloring Large Graph // Proc. of the 1981 S.E. Conf. on Graph Theory, Combinatorics.
258. CCortex: A scalable virtual brain (<http://www.ad.com>).
259. Conceptual modelling of database applications using an extended ER model / Engels G., Gogolla M., Hohenstein U., Hulsmann K., Lohr-Richter P., Saake G., Ehrich H.-D. // Data & Knowledge Engineering. North-Holland. 1992. No 9(2). P. 157-204.
260. *Cousineau G., Curien P.-L., Mauny M.* The categorical abstract machine // Science of Computer Programming. 1987. Vol. 8, No 2. PP. 173-202.
261. *Curtis H.A.* Non-Disjunctive Decomposition // Bell Laboratory Report, 1958, No. 19, P. 49.
262. *Davies J., Fensel D., Bussler C., Studer R.* The Semantic Web Research And Applications: First European Semantic Web Symposium. Heraklion, 2004.
263. *Dubrova E. V., Muzio J. C.* Generalized Reed-Muller Canonical Form for a Multiple-Valued Algebra // Multiple-Valued Logic. 1996. No. 1. P. 65-84.
264. *Farber D. J., Griswold R. E., Polonsky I. P.* A String Manipulation Language // JACM. 1964. No 11. PP. 21-30.
265. *Floyd R.* Assigning meaning to programs // Mathematical Aspects Computer Science. Amer. Math. Soc. 1967. Vol. XIX. PP. 19-32.
266. *Forgy C. L.* Rete: a fast algorithm for the many pattern/many object pattern match problem // Artificial Intelligence. 1982. No 19. P. 17-37.
267. Formal Methods for Distributed Processing / Ed. Bowman H., Derreck J. Cambridge, Cambridge University Press, 2002.
268. *Francez N.* Verification of programs. Addison-Wesley. 1992.
269. *Frege G.* Begriffsschrift, eine der arithmetischen nachgebildete Formelsprache des reinen Denkens. Hale (Hebert), 1879. (Англ. пер.: Begriffsschrift, a formula language, modelled upon that of arithmetic, for pure thought / Ed. by Van Heijenoort J. 1967. P. 1-82).
270. *Ganter B., Wille R.* Formal Concept Analysis: Mathematical Foundations, Springer, 1999.
271. *Gazdar G., Klein E., Pullum G., Sag I.* Generalized Phrase Structure Grammar, Oxford: Basil Blackwell, 1985.

272. *Gazdar G., Mellish C.* Natural Language Processing in Prolog: An Introduction to Computational Linguistics. Massachusetts: Addison-Wesley, 1989.
273. *Green D.H.* Reed-Muller Expansions of Incompletely Specified Functions // Proc. IEE. 1987. Part E-134. P. 228-236.
274. *Gruber T. A.* Translation Approach to Portable Ontology Specifications // Knowledge Acquisition Journal. 1993. Vol. 5. PP. 199-220.
275. *Haar A.* Zur Theorie der Orthogonalen Funktionensysteme // Math. Ann. 1910. Vol. 69. P. 331-371.
276. *Halliday M. A.* An Introduction to Functional Grammar. London: Edward Arnold, 1985.
277. *Heidorn G. E.* Augmented phrase structure grammar / In Schank and Nash-Webber. 1975.
278. *Herbrand J.* Une methode de demonstration. Thesis, 1931.
279. *Hoare C. A.* An axiomatic basis for computer programming // Communications ACM. 1969. Vol. 12, No 10. PP. 576-583.
280. *Hopfield J. J.* Neural networks and physical systems with emergent collective computational abilities // Proc. National Academy of Science. No 79. 1982.
281. *Hendrix G. G.* LIFER: A natural language interface utility // SIGART Newsletter. 1977. Vol. 61. P. 25-26.
282. *Johnson C. D.* Formal Aspects of Phonological Descriptions. Mouton: Hague, 1972.
283. *Kasper R. T., Rounds W. C.* A logical semantics for feature structures. // Proc. 24th Annual Conference of ACL. New York. 1986. P. 235-242.
284. *Kay A.* The Early History of Smalltalk // ACM SIGPLAN Notices. 1993. No 28(3). PP. 69-75.
285. *Knuth D. E.* Semantics of context-free languages // Math. Systems Theory. 1968. Vol. 2, No 2, P. 127-145.
286. *Kohonen T.* Self-Organization and Associative Memory. Berlin, Springer-Verlag, 1984.
287. *Kowalski R. A.* Algorithm = Logic + Control // CACM. 1979. Vol. 22, No 7.
288. *Lambek J.* The mathematics of sentence structure // American Mathematical Monthly. 1958. Vol. 65.
289. *Landin P. J.* The mechanical evaluation of expressions // Computer Journal. 1964. Vol. 6. PP. 308-320.
290. *Lechner R.J.* Harmonic Analysis of Switching Functions. // Recent Developments in Switching Theory. Academic Press, 1971. P. 121-228.

291. *Lee C.Y.* Representation of switching circuits by binary decision programs // Bell System Technical Journal. 1959. Vol. 38, No. 4. P. 985.
292. *Lenat D., Miller G., Yokoi T.* CYC, WordNet and EDR: critiques and responses // Communications of the ACM. 1995. Vol. 38 (11). P. 45-48.
293. *Linger R., Mills H., Witt B.* Structured Programming: Theory and Practice. Reading, MA: Addison-Wesley, 1979.
294. *Wegner P.* Vienna definition language // Computer Surveys. 1972. Vol. 4. No 1. PP. 5-63.
295. *Maitra K. K.* Cascaded Switching Networks of Two-Input Flexible Cells // IRE Trans. Electr. Comput. 1962. Vol. TC-11. P. 136-143.
296. *McCluskey E. J.* Logic Design of Multivalued IIL Logic Circuits // IEEE Trans. Comput. 1979. Vol. C28. No. 8. P. 564-569.
297. *Meyer B.* Object Technology: The Conceptual Perspective // Computer. 1996. No 1. P. 86-88.
298. *Morris Ch. W.* Foundations of the theory of signs // International Encyclopedia of Unified Science I. Chicago, 1938. PP. 17-31.
299. *Moortgat M.* Categorical Type Logics: Handbook of Logic and Language. Elsevier, 1997.
300. *Muller D.E.* Application of Boolean algebra to switching circuit design and to error detection // IRE Trans. Electron. Comput. 1954. V. EC-3. P. 6-12.
301. *Newell A.* The knowledge level // Artificial Intelligence. 1982. No 18. PP. 87-127.
302. *Parr T.* The Definitive ANTLR Reference: Building Domain-Specific Languages. Dallas: Pragmatic Bookshelf, 2007.
303. *Pereira F., Warren D.* Definite Clause Grammars for Language Analysis – a Survey of Formalism and Comparison with Augment Transition Networks // Artificial Intelligence. 1980. Vol. 13. P. 231-278.
304. *Perkowski M. A.* The Generalized Orthonormal Expansion of Function with Multiple-Valued Inputs and Some of its Application // Proc. Int. Symp. of Multi-Valued Logic. 1992. P. 442-450.
305. *Post T. L.* Introduction to a General Theory of Elementary Proposition // Amer. J. Math. 1921. Vol. 43. P. 163-185.
306. *Pradhan D. K.* A Multi-Valued Algebra Based on Finite Fields // Proc. Int. Symp. On MVL. 1974. P. 95-112.
307. *Pratt V. R.* LINGOL: A Progress Report // Proc. 4th IJCAI. 1975. P. 422-428.

308. *Rademacher H.* Einige Sätze von allgemeinen Orthogonalfunktionen // Math. Annalen. 1922. Vol. 87. P. 122-138.
309. *Rader C. M.* Discrete convolution via Mersenne transform // IEEE Trans. Comp. 1972. Vol. C-21.
310. *Reed L. S.* A class of multiple error correction codes and their decoding scheme // IRE Trans. on Inform. Theory. 1954. V. 4. P. 38-42.
311. *Roth J. P.* Minimization over Boolean Trees // IBM Journal. 1960. Vol. 4, 5. P. 543-555.
312. *Roth J.P., Karp R.M.* Minimization Over Boolean Graphs // IBM Journal Res. and Develop. 1962. No. P. 227-238.
313. *Rosenblatt F.* Principles of Neurodynamics. New York: Spartan, 1962.
314. *Rudeanu S.* Boolean Functions and Equations. Amsterdam; London: North-Holland Publ. Co., 1974.
315. *Saraswat V. A.* Concurrent Constraint Programming. Cambridge: MIT Press, 1993.
316. *Savinov A.* Logical Navigation in the Concept-Oriented Data Model // Journal of Conceptual Modeling. 2005. Issue 36.
317. *Schank R. C., Rieger C. J.* Inference and the computer understanding of natural languages. Artificial Intelligence. 1974. Vol. 5, No 4. P. 373-412.
318. *Scott D. S.* Lectures on a mathematical theory of computations. Oxford University Computing, 1981.
319. *Selz O.* Zur Psychologie des Productiven Denkens und des Irrtums // Bonn: Friedrich Cohem, 1922.
320. *Semon W. L.* Characteristic Numbers and Their Use in the Decomposition of Switching Functions // Proc. ACM. 1952. Vol. 17. P. 273-280.
321. *Shannon C.E.* The a Symbolic Analysis of Relay and Switching Circuits // Trans. of American Inst. of Electrical Eengineers. 1938. Vol. 57. P. 713.
322. *Shannon C. E.* The Synthesis of Two-Terminal Switching Circuits // Bell Syst. Techn. J. 1949. Vol. 28. No. 1. P. 59-98.
323. *Simmons R. F., Yu Y.-H.* The acquisition and use of context dependent grammars for English // Computational Linguistics. 1992. Vol. 18, No 4. P. 391-418.
324. *Smith B., Mulligan K.* Framework for Formal Ontology // Topoi. 1983. V.2. P. 73-85.
325. *Sowa J. F.* Conceptual Structures: information processing in mind and machine. Cambridge, MA: Addison Wesley, 1984.

326. *Sowa J. F.* Towards the expressive power of natural language // In Principles of Semantic Networks. Morgan Kaufman, 1991. P. 157–189.
327. *Sowa J. F.* Conceptual Graphs as a universal knowledge representation. // Computers and Mathematics with Applications. 1992. Vol. 23, No 2-5. P. 75-93.
328. Specification Case Studies in RAISE / Ed. Van H.D., George C., Janowski T., Moore R. // In Formal Approaches to Computing and Information Technology. Springer, 2002.
329. *Strazdins I.* The Polynomial Algebra of Multiple-Valued Logic // Algebra, Combinatorics and Logic in Computer Science. 1983. Vol. 42. P. 777-785.
330. *Stoy J. E.* Denotational semantics: the Scott-Strachey approach to programming language theory. MIT Press. 1977.
331. *Su Y.H., Cheung P.T.* Computer Minimization of Multiple-Valued Switching Function // IEEE Trans. Comput. 1972. Vol. C21. P. 995-1003.
332. *Tarski A.* Logic, Semantics, Metamathematics. Oxford, 1956.
333. *Tarski A.* Das Wahrheitsbegriff in den formalisierten Sprachen // Studia Philosophica. 1935. № 1. S. 261-405.
334. *Thompson S.* Type Theory and Functional Programming. Addison-Wesley, 1991.
335. *Tokmen V. H.* Disjoint Decomposability of Multi-Valued Functions by Spectral Means // Proc. IEEE 10th Int. Symp. on Multiple Valued Logic. 1980. P. 83-89.
336. *Tosic Z.* Analytical Representation of an m -Valued Logical Function over the Ring of Integers Modulo m (Ph.D. Thesis). Beograd, 1972.
337. *Vranesic Z. C., Lee E. S., Smith K. S.* A Many-Valued Algebra for Switching Systems // IEEE Trans. Comput. 1970. Vol. C-19. P. 964-971.
338. *Vykhovanets V. S.* The generalized multiplicative forms // Международная конф. по пробл. упр. М., 1999. Т. 3. С. 319-321.
339. *Vykhovanets V. S.* Fundamental Theorems for Polynomial Representation of Discrete Functions // Proceedings of 4th International Conference “Computer-Aided Design of Discrete Devices”. Mink, 2001. Vol. 1. PP. 69-76.
340. *Vykhovanets V. S.* Additive algebra for signal and image processing // Proceedings of SPIE – The International Society for Optical Engineering. 2005. Vol. 5822. PP. 94-97.
341. *Wadler P.* Why no one uses functional languages. ACM SIGPLAN Notices. 1998.
342. *Walliuzzaman K. M., Vranesic Z. G.* On Decomposition of Multiple-Valued Switching Functions // Computer Journal. 1970. Vol. 13. P. 359-362.
343. *Walsh J. L.* A closed set of orthogonal functions // Amer. J. Math. 1923. Vol. 55. P. 5-24.

344. *Webb D. L.* Generation of any N-valued Logic by One Binary Operator // Proc. Nat. Acad. Sci. 1935. Vol. 21. P. 252-254.

345. *Wijngaarden V.A., Mailloux B.J., Peck J.E., Koster C.H.* Report on the algorithmic language Algol-68. Amsterdam: Mathematisch Centrum, 1969.

346. *Wille R., Ganter D.* Formal Concept Analysis. Springer. Berlin: Verlag, 1999.

347. *Woods W. A.* Cascaded ATN grammars // American Journal of Comp. Linguistics. 1980. Vol. 6, No 1.

348. *Woods W. A.* What's in a Link: Foundations for Semantic Networks / In Representation and Understanding Studies in Cognitive Science. New York: Academic Press, 1975. P. 35-82.

349. XML Schema. Part 2: Datatypes. W3C Recommendation. <http://www.w3.org/>.